

LC – funkce jedné proměnné (sada příkladů pro individuální zadání)

A. Určete definiční obory funkcí. Obrázek dané funkce si nakreslete, volte velký rozsah hodnot na ose x , podle toho, jak bude vypadat výsledný graf obrázek vhodně upravte.

1. $y = \frac{1}{\sin x}.$

2. $y = \frac{1}{1 - \cos x}.$

3. $y = \frac{1}{\sin x - 1}.$

4. $y = 1 + \frac{1}{\cos x}.$

5. $y = 1 - \cotg \frac{x}{2}.$

B. Rozhodněte, zda je daná funkce sudá nebo lichá.

1. $y = \ln \frac{2-x}{2+x}.$

2. $y = \frac{3^x + 1}{3^x - 1}.$

3. $y = \ln \frac{2-x}{2+x}.$

4. $y = \frac{a^x + 1}{a^x - 1}.$

5. $y = \ln \left(\frac{\sin x}{x} \right).$

6. $y = \frac{\sinh x}{\sin x}.$

C. Danou funkci nakreslete, pak k ní najděte funkci inverzní a nakonec nakreslete graf inverzní funkce. Volte různé barvy grafů funkcí, různou tloušťku čar a vhodné měřítko na osách.

1. $y = \ln(2 - x).$

2. $y = 1 + \sqrt{3 + e^{2x}}.$

3. $y = \frac{4 + e^x}{4 - e^x}.$

4. $y = \ln(5 - 2x).$

5. $y = \sqrt{3 - e^x}.$

6. $y = \frac{2 + e^x}{e^x}.$

7. $y = 2 \cos(1 - 3x), x \in \langle \frac{1-\pi}{3}, \frac{1}{3} \rangle.$

8. $y = 2 + \tg(5x - 2), x \in \langle \frac{4-\pi}{10}, \frac{4+\pi}{10} \rangle.$

9. $y = 3 + 4 \arccos(2x - 1), x \in \langle 0, 1 \rangle.$

10. $y = \sin(3x - 1), x \in \langle \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6}, \frac{1}{3} + \frac{\pi}{6} \rangle.$

11. $y = 1 + \arctg(3x - 4), x \in \mathbb{R}.$

12. $y = 2 - \operatorname{arccotg}(x - 2)$, $x \in \mathbb{R}$.

D. Vypočítejte limity (výpočet pomocí úprav).

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}.$
2. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2 + 11x + 6}{x^3 + 27}.$
3. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin 2x}.$
4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}.$
5. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x}.$
6. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 3x - 6}{2x^2 - 2x - 12}.$
7. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}.$
8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}.$
9. $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{1}{2 - x} - \frac{x + 10}{8 - x^3} \right].$

E. Vypočítejte limity.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2}.$
2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x}{x + 1}.$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x + 4}{x^2} - 2 \right).$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x}.$
5. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1 - x}.$
6. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{1 - x}.$
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + 2)}{\operatorname{arctg} x}.$
8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2 - 4}.$

F. Vypočtěte jednostranné limity:

1. $\lim_{x \rightarrow 1^\pm} \frac{x^2 - 1}{x - 1}.$
2. $\lim_{x \rightarrow -1^\pm} \frac{1}{x + 1}.$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2^\pm} \frac{|x-2|}{x-2}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0^\pm} \frac{|x|}{x}.$$

G. Vypočtěte první a druhou derivaci funkce f a získané výsledky vždy zjednodušte. Danou funkci společně s oběma derivacemi zakreslete do jednoho obrázku. Volte různé styly čar.

$$1. f(x) = (x-2)\sqrt{1+e^x} - \ln \frac{\sqrt{1+e^x}-1}{\sqrt{1+e^x}+1}.$$

$$2. f(x) = \sqrt{\frac{1-e^x}{1+e^x}}.$$

$$3. f(x) = 2\sqrt{x+1} + \ln \frac{x+2-2\sqrt{x+1}}{x}.$$

$$4. f(x) = \ln(e^x + \sqrt{1+e^{2x}}).$$

$$5. f(x) = \ln \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} + \frac{x-1}{x^2+1}.$$

$$6. f(x) = \sqrt{ax-x^2} - a \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-x}{x}}, \quad a > 0.$$

$$7. f(x) = \sqrt{\frac{1-e^x}{1+e^x}}.$$

H. Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce f dané předpisem:

$$1. f(x) = \frac{8}{4+x^2} \text{ v dotykovém bodě } T = (2, ?).$$

$$2. f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2-1} \text{ v dotykovém bodě } T = (\sqrt{2}, ?).$$

$$3. f(x) = 4 - x^2 \text{ v dotykovém bodě } T, \text{ jenž je průsečíkem grafu funkce } f \text{ s kladnou částí osy } x.$$

$$4. f(x) = \ln x \text{ v dotykovém bodě } T = (e, ?).$$

$$5. y = 1 - e^{\frac{x}{2}} \text{ v jeho průsečíku s osou } x.$$

Do jednoho obrázku zakreslete graf funkce a tečnu v dotykovém bodě.

I. Vypočtěte limity (l'Hospitalovo pravidlo):

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\ln x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2 - 8x + 15}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2x - 1}{\sin^2 3x}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot g x}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{\ln x}.$$

J. Vypočtěte limity (neurčité výrazy):

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right).$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1^-} \ln x \cdot \ln(1 - x).$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} \right).$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \cot g x \right).$$

K. Vypočtěte limity (neurčité výrazy):

$$1. \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + 3 \operatorname{tg}^2 x)^{\cot g^2 x}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2} \right)^{x^4}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + x \right) \right]^{\cot g 2x}.$$

L. Určete asymptoty grafu funkce f (pokud existují):

$$1. f: y = \frac{1}{x^2 - 9}.$$

$$2. f: y = \frac{\cos x}{x}.$$

$$3. f: y = x + \frac{\ln x}{x}.$$

$$4. f: y = \frac{x}{x - 1}.$$

$$5. f: y = 3x + \frac{3}{x - 2}.$$

$$6. f: y = x + \frac{2x}{x^2 - 1}.$$

$$7. f: y = x e^{\frac{1}{x^2}}.$$

8. $f: y = \sqrt[3]{x^3 + 4x^2}$.

9. $f: y = x \ln\left(e + \frac{1}{x}\right)$.

Do jednoho obrázku zakreslete graf funkce a asymptoty.

LC – funkce jedné proměnné (1)

1. Určete definiční obory funkcí. Obrázek dané funkce si nakreslete, volte velký rozsah hodnot na ose x , podle toho, jak bude vypadat výsledný graf obrázek vhodně upravte.

$$y = \frac{1}{\sin x}.$$

2. Rozhodněte, zda je daná funkce sudá nebo lichá.

$$y = \ln \frac{2-x}{2+x}.$$

3. Danou funkci nakreslete, pak k ní najděte funkci inverzní a nakonec nakreslete graf inverzní funkce. Volte různé barvy grafů funkcí, různou tloušťku čar a vhodné měřítko na osách.

a) $y = \ln(2-x)$.

b) $y = 2 \cos(1-3x)$, $x \in \langle \frac{1-\pi}{3}, \frac{1}{3} \rangle$.

4. Vypočítejte limity.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-3x+2}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-1}{x^2}$.

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-1}{\sin 2x}$.

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3-1}{\ln x}$.

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x}$.

f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$.

5. Vypočtěte jednostranné limity:

$$\lim_{x \rightarrow 1^\pm} \frac{x^2-1}{x-1}.$$

6. Vypočtěte první a druhou derivaci funkce f a získané výsledky vždy zjednodušte. Danou funkci společně s oběma derivacemi zakreslete do jednoho obrázku. Volte různé styly čar.

$$f(x) = (x-2)\sqrt{1+e^x} - \ln \frac{\sqrt{1+e^x}-1}{\sqrt{1+e^x}+1}.$$

7. Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce f dané předpisem:

$$f(x) = \frac{8}{4+x^2} \text{ v dotykovém bodě } T = (2, ?).$$

Do jednoho obrázku zakreslete graf funkce a tečnu v dotykovém bodě.

8. Určete asymptoty grafu funkce f (pokud existují):

a) $f: y = \frac{1}{x^2-9}$.

b) $f: y = \frac{\cos x}{x}$.

Do jednoho obrázku zakreslete graf funkce a asymptoty.

LC – funkce jedné proměnné (2)

1. Určete definiční obory funkcí. Obrázek dané funkce si nakreslete, volte velký rozsah hodnot na ose x , podle toho, jak bude vypadat výsledný graf obrázek vhodně upravte.

$$y = \frac{1}{1 - \cos x}.$$

2. Rozhodněte, zda je daná funkce sudá nebo lichá.

$$y = \frac{3^x + 1}{3^x - 1}.$$

3. Danou funkci nakreslete, pak k ní najděte funkci inverzní a nakonec nakreslete graf inverzní funkce. Volte různé barvy grafů funkcí, různou tloušťku čar a vhodné měřítko na osách.

a) $y = 1 + \sqrt{3 + e^{2x}}.$

b) $y = 2 + \operatorname{tg}(5x - 2), x \in \langle \frac{4-\pi}{10}, \frac{4+\pi}{10} \rangle.$

4. Vypočítejte limity.

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2 + 11x + 6}{x^3 + 27}.$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x}{x + 1}.$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\ln x}.$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right).$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}.$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}.$

5. Vypočtěte jednostranné limity:

$$\lim_{x \rightarrow -1^\pm} \frac{1}{x + 1}.$$

6. Vypočtěte první a druhou derivaci funkce f a získané výsledky vždy zjednodušte. Danou funkci společně s oběma derivacemi zakreslete do jednoho obrázku. Volte různé styly čar.

$$f(x) = \sqrt{\frac{1 - e^x}{1 + e^x}}.$$

7. Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce f dané předpisem:

$$f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} \text{ v dotykovém bodě } T = (\sqrt{2}, ?).$$

Do jednoho obrázku zakreslete graf funkce a tečnu v dotykovém bodě.

8. Určete asymptoty grafu funkce f (pokud existují):

a) $f: y = x + \frac{\ln x}{x}.$

b) $f: y = \frac{x}{x - 1}.$

Do jednoho obrázku zakreslete graf funkce a asymptoty.

LC – funkce jedné proměnné (3)

1. Určete definiční obory funkcí. Obrázek dané funkce si nakreslete, volte velký rozsah hodnot na ose x , podle toho, jak bude vypadat výsledný graf obrázek vhodně upravte.

$$y = \frac{1}{\sin x - 1}.$$

2. Rozhodněte, zda je daná funkce sudá nebo lichá.

$$y = \ln \frac{2-x}{2+x}.$$

3. Danou funkci nakreslete, pak k ní najděte funkci inverzní a nakonec nakreslete graf inverzní funkce. Volte různé barvy grafů funkcí, různou tloušťku čar a vhodné měřítko na osách.

a) $y = \frac{4+e^x}{4-e^x}.$

b) $y = 3 + 4 \arccos(2x - 1), x \in \langle 0, 1 \rangle.$

4. Vypočítejte limity.

a) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin 2x}.$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x+4}{x^2} - 2 \right).$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$

d) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \ln x \cdot \ln(1-x).$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + 3 \operatorname{tg}^2 x)^{\cot^2 x}.$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot g x}.$

5. Vypočtěte jednostranné limity:

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} \frac{|x|}{x}.$$

6. Vypočtěte první a druhou derivaci funkce f a získané výsledky vždy zjednodušte. Danou funkci společně s oběma derivacemi zakreslete do jednoho obrázku. Volte různé styly čar.

$$f(x) = 2\sqrt{x+1} + \ln \frac{x+2-2\sqrt{x+1}}{x}.$$

7. Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce f dané předpisem:

$f(x) = 4 - x^2$ v dotykovém bodě T , jenž je průsečíkem grafu funkce f s kladnou částí osy x .

Do jednoho obrázku zakreslete graf funkce a tečnu v dotykovém bodě.

8. Určete asymptoty grafu funkce f (pokud existují):

a) $f: y = 3x + \frac{3}{x-2}.$

b) $f: y = x + \frac{2x}{x^2-1}.$

Do jednoho obrázku zakreslete graf funkce a asymptoty.

LC – funkce jedné proměnné (4)

1. Určete definiční obory funkcí. Obrázek dané funkce si nakreslete, volte velký rozsah hodnot na ose x , podle toho, jak bude vypadat výsledný graf obrázek vhodně upravte.

$$y = 1 + \frac{1}{\cos x}.$$

2. Rozhodněte, zda je daná funkce sudá nebo lichá.

$$y = \frac{\sinh x}{\sin x}.$$

3. Danou funkci nakreslete, pak k ní najděte funkci inverzní a nakonec nakreslete graf inverzní funkce. Volte různé barvy grafů funkcí, různou tloušťku čar a vhodné měřítko na osách.

a) $y = \ln(5 - 2x)$.

b) $y = \sin(3x - 1)$, $x \in \langle \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6}, \frac{1}{3} + \frac{\pi}{6} \rangle$.

4. Vypočítejte limity.

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x + 4}{x^2} - 2 \right)$.

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 8x + 15}$.

d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot g x}$.

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2 \arctg x) \ln x$.

f) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2} \right)^{x^4}$.

5. Vypočtěte jednostranné limity:

$$\lim_{x \rightarrow 2^\pm} \frac{|x - 2|}{x - 2}.$$

6. Vypočtěte první a druhou derivaci funkce f a získané výsledky vždy zjednodušte. Danou funkci společně s oběma derivacemi zakreslete do jednoho obrázku. Volte různé styly čar.

$$f(x) = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}}).$$

7. Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce f dané předpisem:

$$f(x) = \ln x \text{ v dotykovém bodě } T = (e, ?).$$

Do jednoho obrázku zakreslete graf funkce a tečnu v dotykovém bodě.

8. Určete asymptoty grafu funkce f (pokud existují):

a) $f: y = \frac{x}{x - 1}$.

b) $f: y = x \ln \left(e + \frac{1}{x} \right)$.

Do jednoho obrázku zakreslete graf funkce a asymptoty.

LC – funkce jedné proměnné (5)

1. Určete definiční obory funkcí. Obrázek dané funkce si nakreslete, volte velký rozsah hodnot na ose x , podle toho, jak bude vypadat výsledný graf obrázek vhodně upravte.

$$1 - \cotg \frac{x}{2}$$

2. Rozhodněte, zda je daná funkce sudá nebo lichá.

$$y = \ln\left(\frac{\sin x}{x}\right).$$

3. Danou funkci nakreslete, pak k ní najděte funkci inverzní a nakonec nakreslete graf inverzní funkce. Volte různé barvy grafů funkcí, různou tloušťku čar a vhodné měřítko na osách.

a) $y = \sqrt{3 - e^x}$.

b) $y = 1 + \operatorname{arctg}(3x - 4)$, $x \in \mathbb{R}$.

4. Vypočítejte limity.

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x}$.

b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1 - x}$.

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$.

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2x - 1}{\sin^2 3x}$.

e) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x(e^{\frac{1}{x}})$.

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \right]^{\cotg 2x}$.

5. Vypočtěte jednostranné limity:

$$\lim_{x \rightarrow 0^\pm} \frac{|x|}{x}.$$

6. Vypočtěte první a druhou derivaci funkce f a získané výsledky vždy zjednodušte. Danou funkci společně s oběma derivacemi zakreslete do jednoho obrázku. Volte různé styly čar.

$$f(x) = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}}).$$

Do jednoho obrázku zakreslete graf funkce a tečnu v dotykovém bodě.

7. Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce f dané předpisem:

$$y = 1 - e^{\frac{x}{2}} \text{ v jeho průsečíku s osou } x.$$

8. Určete asymptoty grafu funkce f (pokud existují):

a) $f: y = 3x + \frac{3}{x-2}$.

b) $f: y = \sqrt[3]{x^3 + 4x^2}$.

Do jednoho obrázku zakreslete graf funkce a asymptoty.