

Pomůcka pro cvičení: 1. semestr Bc studia

Inženýrské aplikace-Grafy elementárních funkcí

Soubor obsahuje příklady s fyzikální tematikou. Cílem je zopakovat kreslení grafů některých elementárních funkcí.

Lineární funkce

balíček: plots

Př. 1 Rychlost v tělesa je dána vztahem

$$v = \begin{cases} 2t & 0 \leq t \leq 2 \\ 4 & 2 < t \leq 5 \\ 9 - t & 5 < t \leq 9 \end{cases}$$

a) Nakreslete graf $v = v(t)$.

b) Nakreslete graf zrychlení $a = a(t)$.

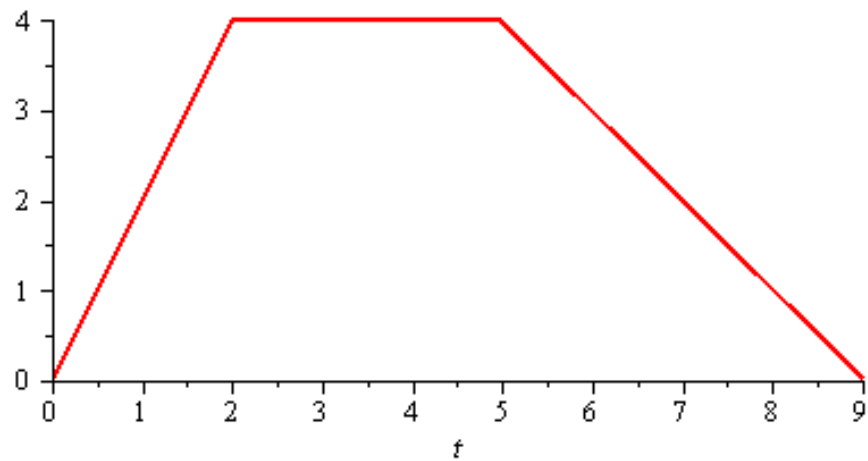
Funkce je definována po částech, pro nakreslení grafu závislosti $v = v(t)$ je třeba použít příkazu **piecewise**.

```
> with (plots) :
```

```
> v:=piecewise(0<=t and t<=2,2*t,2<t and t<=5,4,5<t and t<=9,9-t) ;
```

$$v := \begin{cases} 2t & 0 \leq t \text{ and } t \leq 2 \\ 4 & 2 < t \text{ and } t \leq 5 \\ 9 - t & 5 < t \text{ and } t \leq 9 \end{cases}$$

```
> plot(v,t=0..9,discont=true,thickness=2,scaling=constrained) ;
```

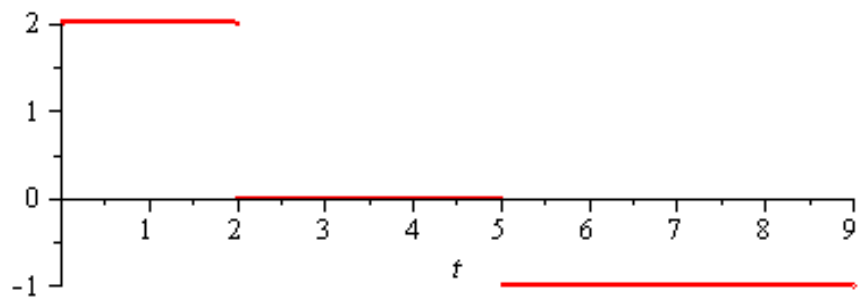


S využitím vztahu pro výpočet rychlosti rovnně zrychleného (zpožděného) pohybu $v = v_0 + at$ snadno určíme závislost $a = a(t)$.

```
> a:=piecewise(0<=t and t<=2,2,2<t and t<=5,0,5<t and t<=9,-1);
```

$$a := \begin{cases} 2 & 0 \leq t \text{ and } t \leq 2 \\ 0 & 2 < t \text{ and } t \leq 5 \\ -1 & 5 < t \text{ and } t \leq 9 \end{cases}$$

```
> plot(a,t=0..9,discont=true,thickness=2,scaling=constrained);
```



Př. 2 Těleso má v čase $t=0$ počáteční rychlost $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Prvních deset sekund se pohybuje s nulovým zrychlením, pak se pohybuje s konstantním zrychlením $a=-5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

a) Nakreslete graf závislosti $v = v(t)$ pro $0 \leq t \leq 15$.

b) V jakém čase t je rychlost tělesa rovna nule?

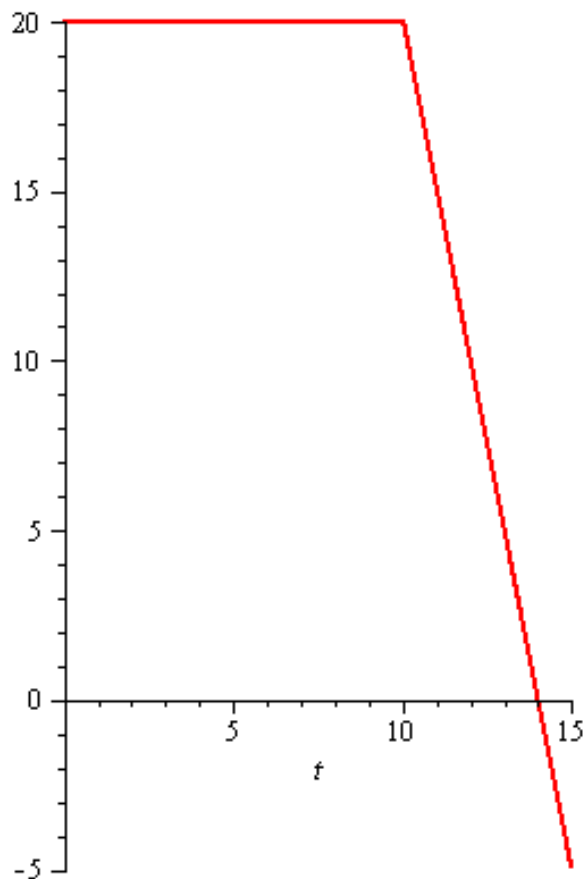
Při řešení opět použijeme vztahu $v = v_0 + at$. Hledaná funkce bude definována po částech, použijeme příkaz **piecewise**.

```
> with(plots):
```

```
> v:=piecewise(0<=t and t<=10,20,10<=t and t<=15,70-5*t);
```

$$v := \begin{cases} 20 & 0 \leq t \text{ and } t \leq 10 \\ 70 - 5t & 10 \leq t \text{ and } t \leq 15 \end{cases}$$

```
> plot(v,t=0..15,thickness=2,scaling=constrained);
```



Hledáme-li čas, ve kterém bude rychlost nulová, řešíme rovnici $70 - 5t = 0$.

```
> solve(70-5*t=0) ;
```

14

V čase $t=s$ bude rychlost tě Kvadratická funkce

Př. 1 Výška h střely vystřelené... je dána vztahem $h = 12t - t^2, t \geq 0$.

a) Nakreslete její dráhu.

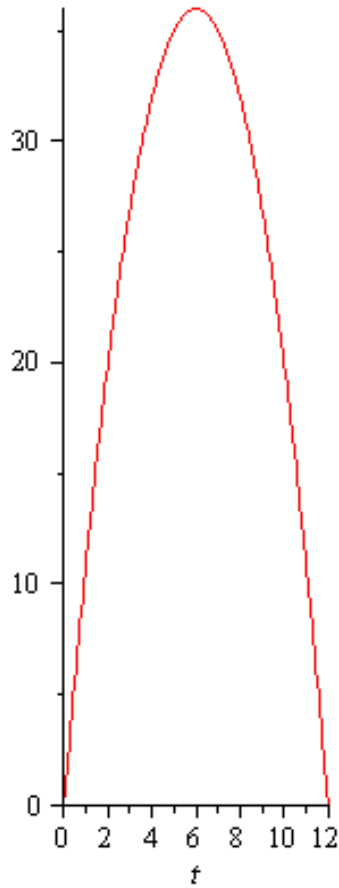
b) Vypočtete maximální výšku, které střela dosáhne.

Řešením bude parabola. Vzhledem k tomu, že výška střely nemůže nabývat záporných hodnot, bude definičním oborem $t \in \langle 0, 12 \rangle$.

```
> h(t):=12*t-t^2;
```

$h(t) := 12t - t^2$

```
> plot(h(t), t=0..12, scaling=constrained) ;
```



Maximální výšku určíme doplněním výrazu na čtverec. Potřebujeme znát souřadnice vrcholu paraboly, tj.

$$h(t) = -(t^2 - 12t) = -(t - 6)^2 + 36.$$

Tedy maximální výška, které střela dosáhne je 36 m.

Př. 2 Napětí U v obvodu je dáno vztahem $U = t^2 - 5t + 6, t \geq 0$.

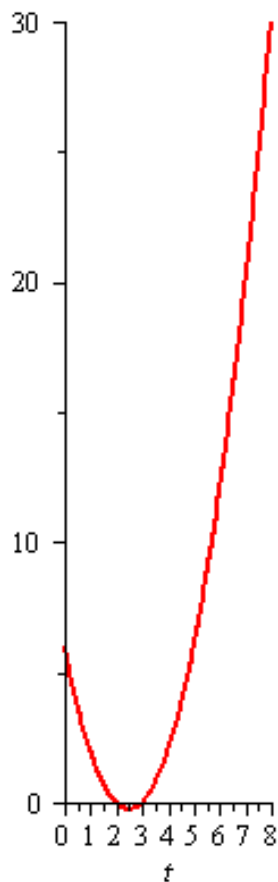
a) Nakreslete graf závislosti $U = U(t)$.

b) Najděte minimální hodnotu napětí.

> $U := t^2 - 5t + 6;$

$$U := t^2 - 5t + 6$$

> `plot(U(t), t=0..8, thickness=2, scaling=constrained);`



Nejmenší hodnotu napětí určíme doplněním výrazu na čtverec. Potřebujeme znát souřadnice vrcholu paraboly, tj.

$$U = t^2 - 5t + 6 = \left(t - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + 6 = \left(t - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}.$$

Nejmenší hodnota napětí je -0.25.

Lomená funkce

Př. Závislost proudu I na odporu R je dána vztahem $I = \frac{10}{5+R}$. Nakreslete graf

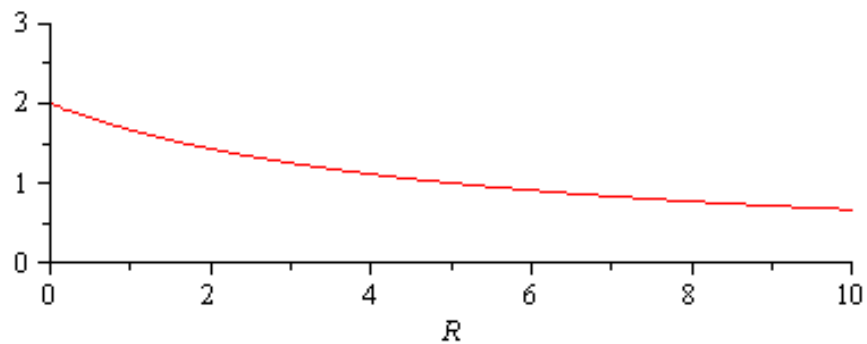
$$I = I(R), 0 \leq R \leq 10.$$

Grafem bude lomená funkce s asymptotou v bodě $R = -5$. Vzhledem k tomu, že odpor nenabývá záporných hodnot, zobrazíme graf pouze pro kladné hodnoty v intervalu $0 \leq R \leq 10$.

```
> i:=10/(5+R);
```

$$i := \frac{10}{5+R}$$

```
> plot(i(R),R=0..10,0..3, scaling=constrained);
```



Exponenciální funkce

Př. Rychlost vlaku po přímých kolejích je dána vztahem $v = 20(1 - e^{-t})$.

a) Nakreslete graf závislosti $v = v(t), t \geq 0$.

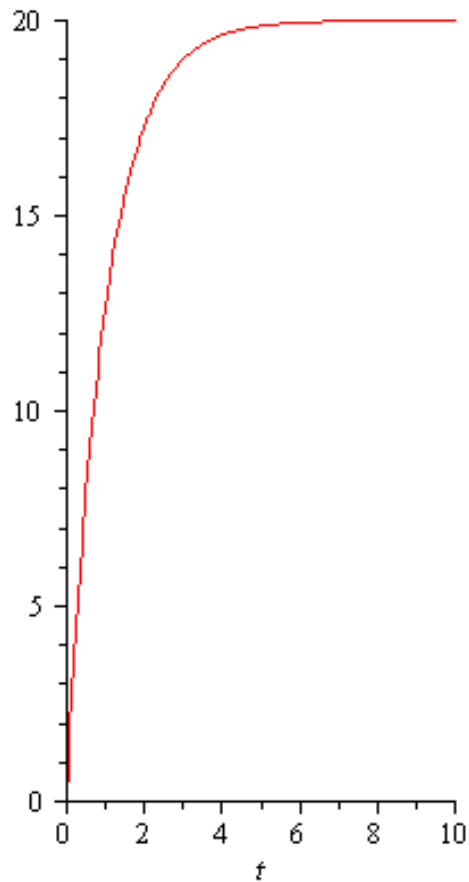
b) Jaká je hodnota v pro velká t ($t \rightarrow \infty$) ?

Grafem bude exponenciální funkce.

```
> v:=20*(1-exp(-t));
```

$$v := 20 - 20e^{-t}$$

```
> plot(v(t), t=0..10, scaling=constrained);
```



Pro velká t se bude rychlost blížit hodnotě 20.

Goniometrické funkce

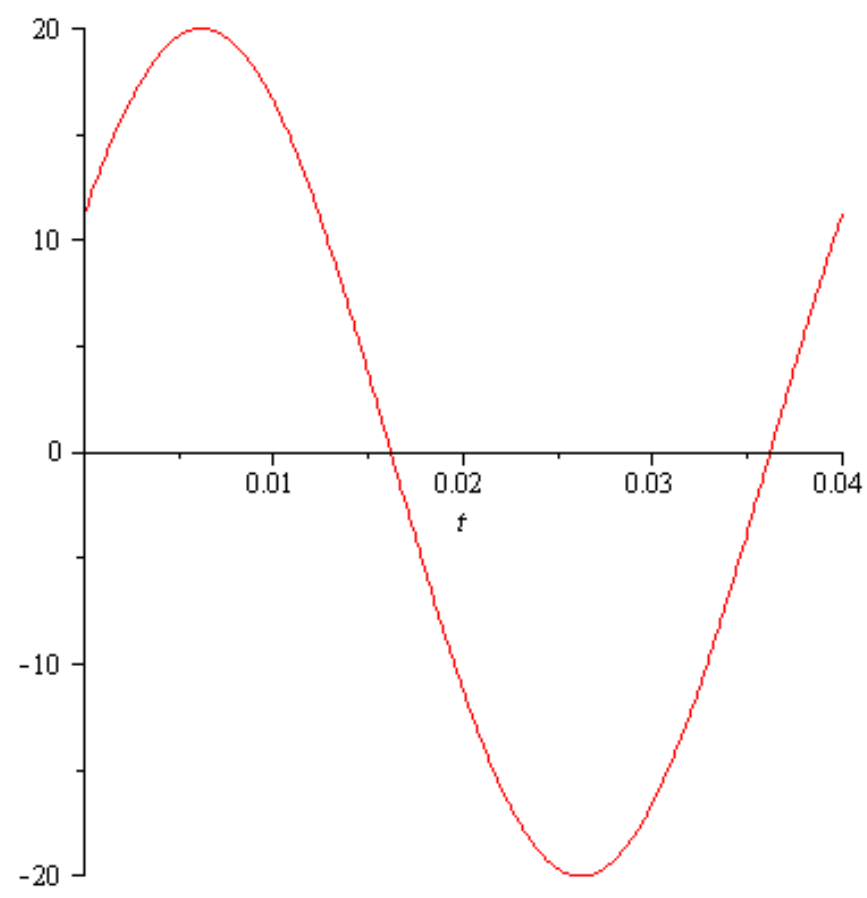
Př. Střídavé napětí v obvodu je dáno vztahem $U = 20 \sin(50 \pi t + 0,6)$.

a) Určete amplitudu, periodu a frekvenci napětí.

b) Nakreslete jeden celý cyklus napětí.

Amplituda je 20. Perioda $T = \frac{2\pi}{50\pi} = \frac{1}{25}$, frekvence $f = \frac{1}{T} = 25$.

> plot(20*sin(50*Pi*t+0.6), t=0..2/50) ;



>