Pomůcka pro přednášku: 2. semestr Bc studia

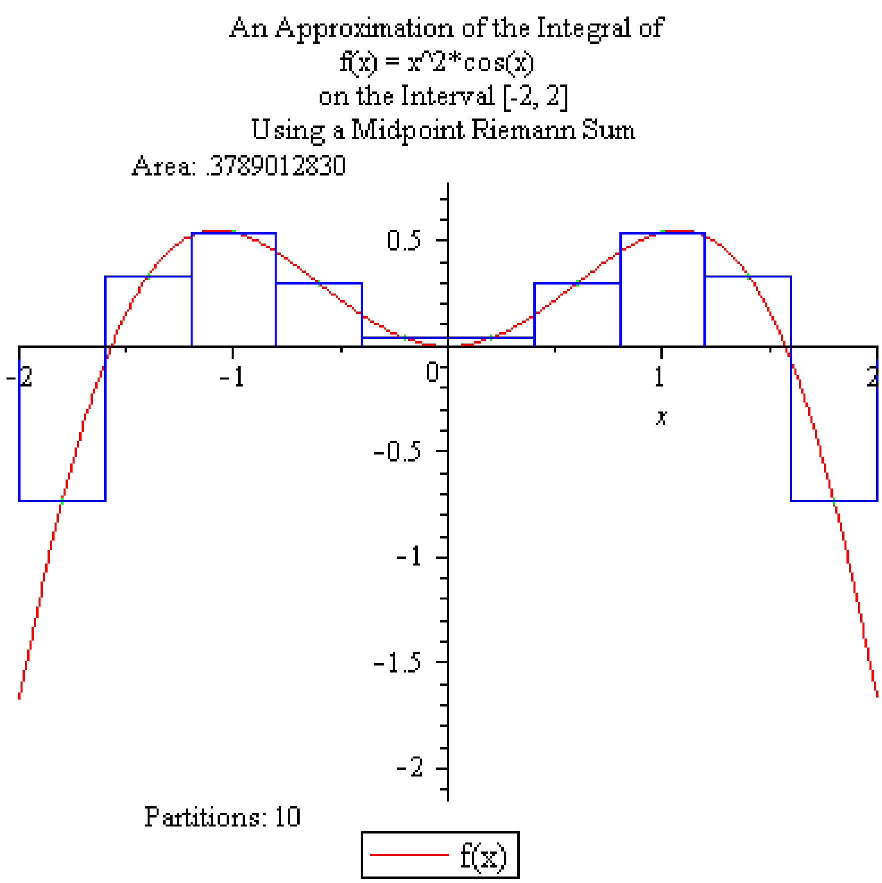
Numerické metody - obdélníková metoda, lichobežníková metoda, Simpsonova metoda

Numerické metody

Pro numerické výpočty integrálů použijeme zabudovaných funkcí. Nejprve načteme balíček **Student[Calculus1].**V tomto balíčku je možné vyvolat příkazem **RiemannSum(f(x),x=a..b,opt)** jednu z metod pro přibližný výpočet integrálu (obdélníková metoda). Tato metoda rozdělí daný interval na 10 podintervalů (pokud nezvolíme jiné dělení) a v každém podintervalu vypočte funkční hodnotu ve vybraném bodě (viz nápověda), poté vypočte obsah obrazce ohraničeného grafem funkce podle vzorce $S = \sum_{i=1}^{N} f(x_i^*)\,(x_i - x_{i-1})$. Volbou parametru **opt** můžeme výstup získat jako animaci nebo obrázek.

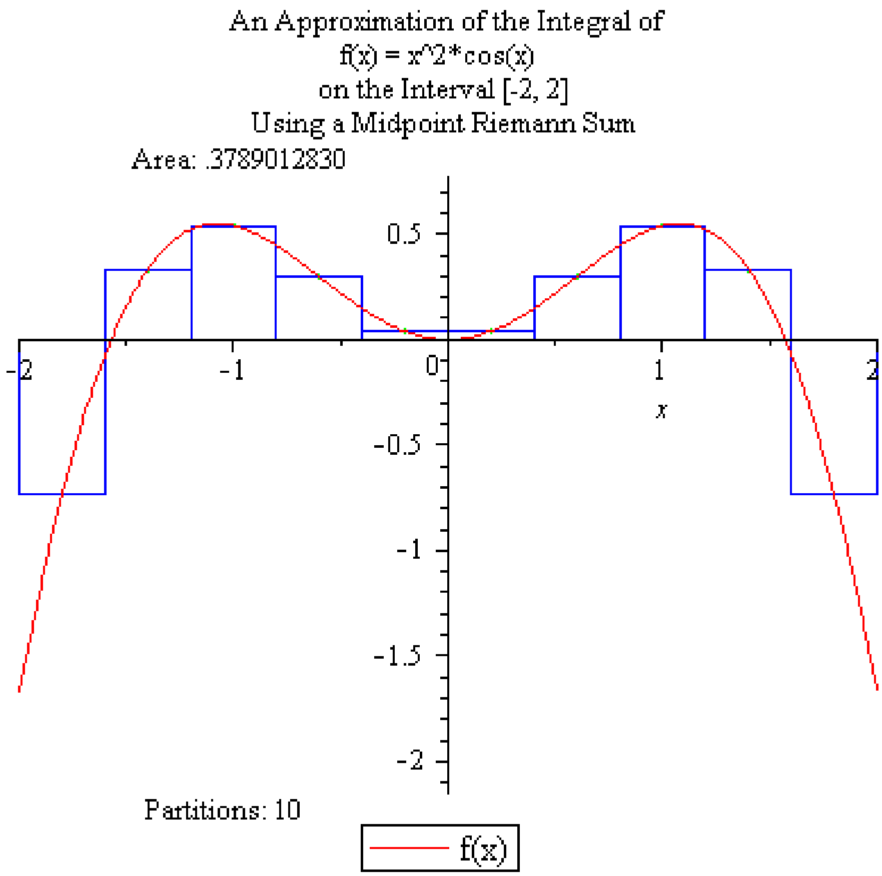
Př. 1 Vypočtěte $\int_{-2}^{2} x^2 \cos x \, dx$.

```
> with(Student[Calculus1]):
> RiemannSum(x^2*cos(x), x=-2..2, output = animation);
```



Poklepáním na obrázek se dostaneme do menu pro spuštění animace.

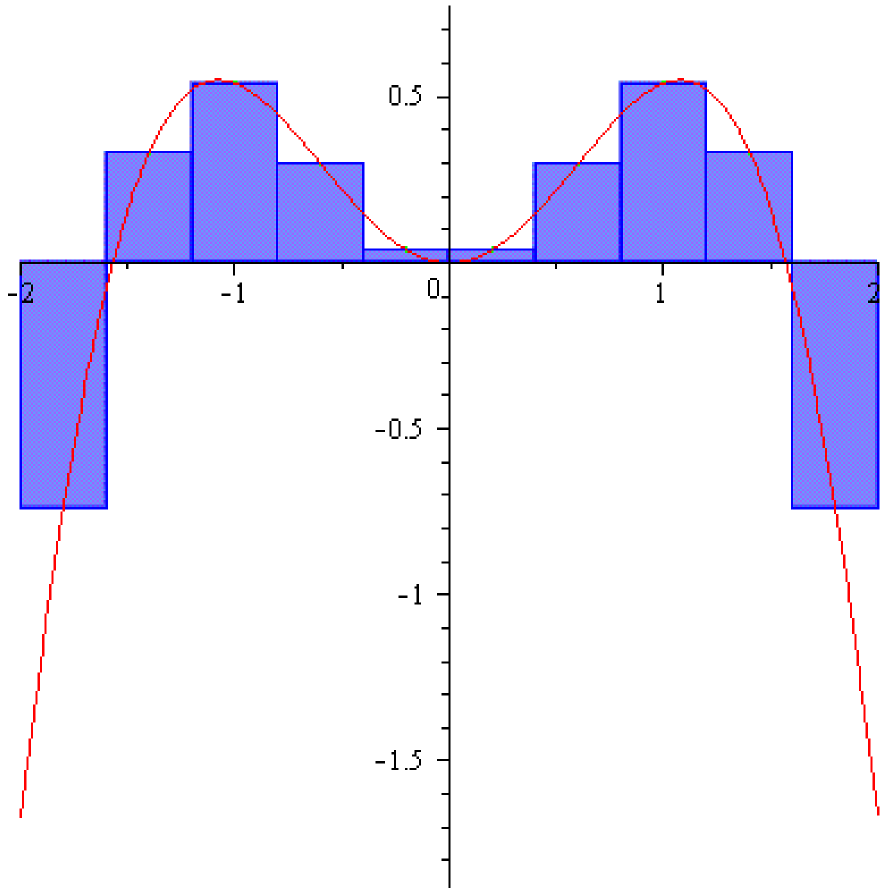
```
> RiemannSum(x^2*cos(x), x=-2..2, output = plot);
```



Pro numerický výpočet integrálů můžeme také použít metody, které otevřeme z horní lišty **Tools-Tutor-Calculus-single variable-Approximate Integration.**Po otevření dostaneme okno, do kterého si můžeme zapsat danou funkci, interval a vybrat si jednu z nabízených numerických metod, pro nás připadá v úvahu **Trapeziodal rule**(lichoběžníková metoda) nebo **Simpson's rule** (Simpsonova metoda).

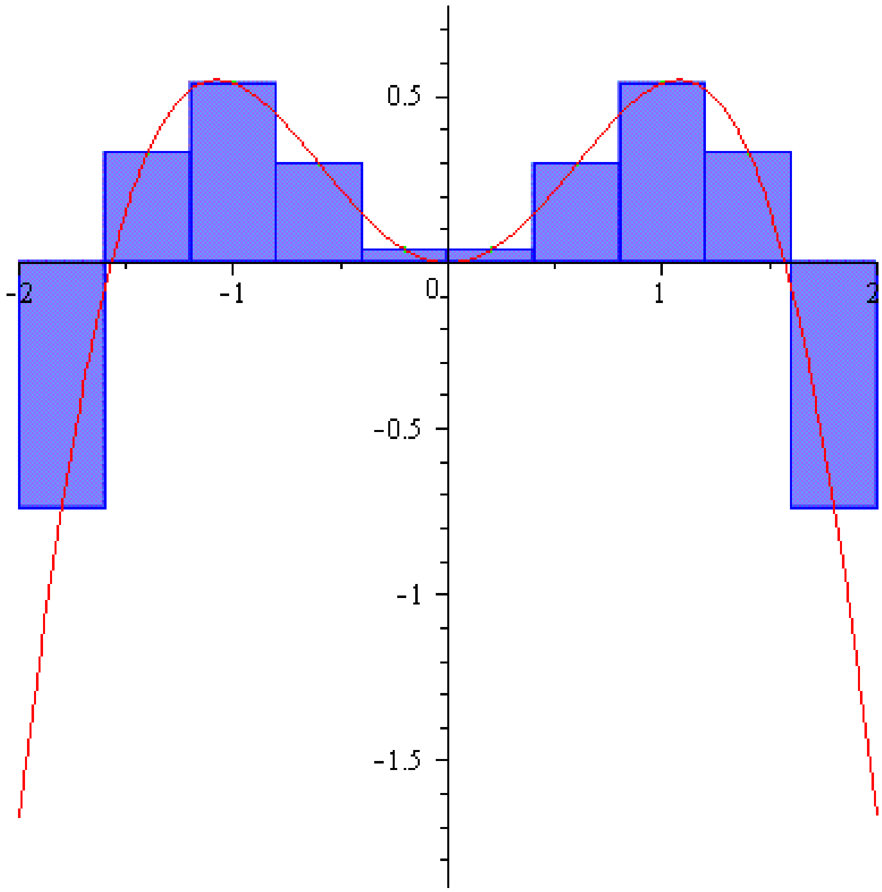
POZNÁMKA! V následujících dvou použitích příkazu ApproximateIntTutor je třeba po otevření interaktivního menu vybrat lichoběžníkovou metodu resp. Simpsonovo pravidlo, a teprve potom provést srovnání obou metod.

```
> Student[Calculus1][ApproximateIntTutor](x^2*cos(x), x=-2..2);
```



V tomto případě byla vybrána lichoběžníková metoda.

```
> Student[Calculus1][ApproximateIntTutor](x^2*cos(x), x=-2..2);
```



V tomto případě bylo vybráno Simpsonovo pravidlo.
POZNÁMKA. Pro přibližný výpočet integrálu můžeme použít i příkaz
ApproximateInt(f(x),x=a..b,opt).

```
> S:=Int(x^2*cos(x), x=-2..2);
```

$$S := \int_{-2}^{2} x^2 \cos(x)\, dx$$

```
> ApproximateInt(S);
```

$$\frac{324}{125}\cos\left(\frac{9}{5}\right) + \frac{196}{125}\cos\left(\frac{7}{5}\right) + \frac{4}{5}\cos(1) + \frac{36}{125}\cos\left(\frac{3}{5}\right) + \frac{4}{125}\cos\left(\frac{1}{5}\right)$$

```
> evalf(%);
```

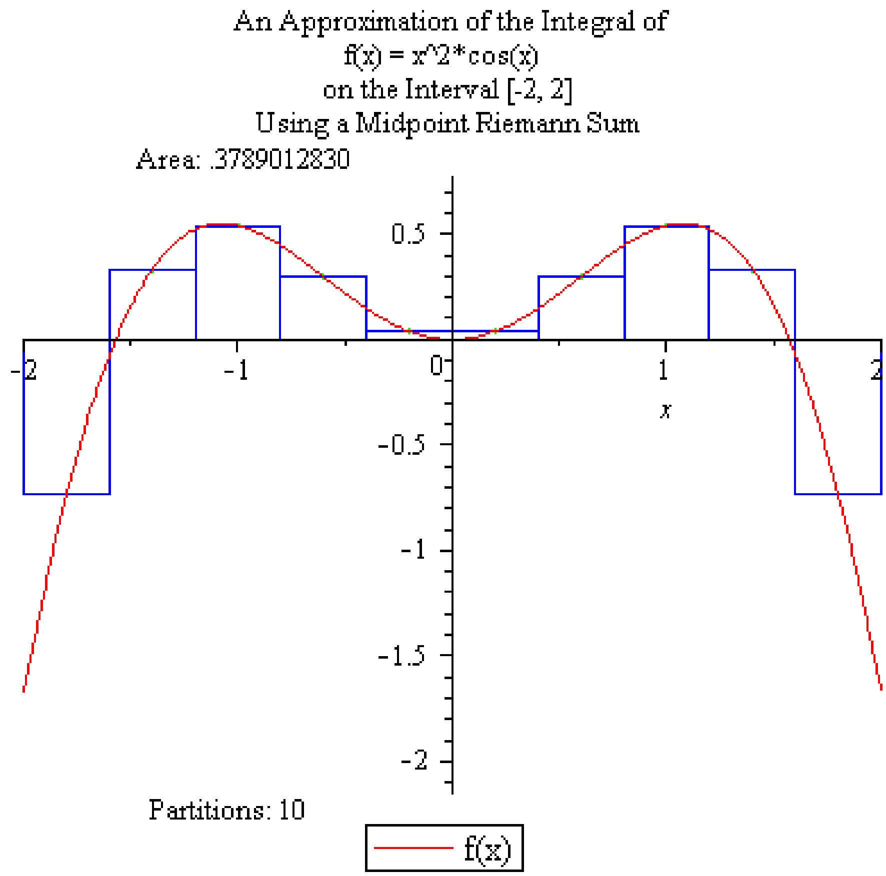
$$0.3789012829$$

```
> evalf(S);
```

$$0.3080150149$$

Všimněte si rozdílných hodnot vypočtených integrálů.
Pokud nastavíme parametr opt na plot, dostaneme náhradu integrálu pomocí obdélníkové metody.
Další podrobnosti viz nápověda **Student[Calculus1][ApproximateInt].**

```
> ApproximateInt(S,output=plot);
```


An Approximation of the Integral of
f(x) = x^2*cos(x)
on the Interval [-2, 2]
Using a Midpoint Riemann Sum
Area: .3789012830
0.5
-2
-1
0
1
2
x
-0.5
-1
-1.5
-2
Partitions: 10
f(x)

>