

LC – integrální počet funkcí jedné proměnné (sada příkladů pro individuální zadání)

A. Vypočtěte zadané integrály, запиšte pomocí jaké metody byste je řešili.

1. $\int \frac{x^2 \cdot e^x}{(x+2)^2} dx$

2. $\int x e^x \sin x dx$

3. $\int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$

4. $\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

B. Vypočtěte zadané integrály, запиšte pomocí jaké metody byste je řešili.

1. $\int \frac{x}{x^4+1} dx$

2. $\int \frac{x^2}{x^6+4} dx$

3. $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^8}} dx$

4. $\int \frac{x(1-x^2)}{1+x^4} dx$

5. $\int \frac{1+x-x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$

6. $\int \frac{1}{(x+\sqrt{x^2-1})^2} dx$

C. Vypočtěte zadané integrály, запиšte pomocí jaké metody byste je řešili.

1. $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x \ln x} dx$

2. $\int \sqrt{1+\cos^2 x} \sin 2x \cos 2x dx$

3. $\int \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\sin x \cos x} dx$

4. $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$

5. $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$

6. $\int \frac{1}{(x^2+4)\sqrt{4x^2+1}} dx$

D. Vypočtěte zadané integrály, запиšte pomocí jaké metody byste je řešili.

1. $\int \frac{x^2 \operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$

2. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$
3. $\int \frac{\ln \cos x}{\cos^2 x} dx$
4. $\int e^{2x^2 + \ln x} dx$
5. $\int \frac{\cotg x}{\ln \sin x} dx$
6. $\int \frac{3x^2 - 1}{2x\sqrt{x}} \operatorname{arctg} x dx$

E. Vypočtete zadané integrály, запиšte pomocí jaké metody byste je řešili.

1. $\int \frac{5x + 3}{(x^2 - 2x + 5)^3} dx$
2. $\int \frac{x + 3}{(x^2 - x + 1)^2} dx$
3. $\int \frac{2x + 2}{(x - 1)(x^2 + 1)^2} dx$
4. $\int \frac{4}{x(x^4 + 1)} dx$
5. $\int \frac{x^3 + x - 1}{(x^2 + 2)^2} dx$
6. $\int \frac{1}{(x^2 + 9)^3} dx$

F. Vypočtete zadané integrály, запиšte pomocí jaké metody byste je řešili.

1. $\int \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x} dx$
2. $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx$
3. $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx$
4. $\int \frac{1}{2 \sin x - \cos x + 5} dx$
5. $\int \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2} dx$
6. $\int \frac{2 - \sin x}{2 + \cos x} dx$
7. $\int \frac{1}{\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x} dx$
8. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{\sin^3 x \cos^5 x}} dx$
9. $\int \frac{\cos 2x - 3}{\cos^4 x \sqrt{4 - \cotg^2 x}} dx$

$$10. \int \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^4 x}} dx$$

$$11. \int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x}}{\cos x \sin x} dx$$

$$12. \int \frac{1}{1 + \sin^2 x} dx$$

G. Vypočtete zadané integrály, запиšte pomocí jaké metody byste je řešili.

$$1. \int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x+2}{x-2}} dx$$

$$2. \int \frac{1}{x^2} \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}} dx$$

$$3. \int \frac{1 + \sqrt{\frac{x+1}{x}}}{2x+1} dx$$

$$4. \int \sqrt{\frac{2+3x}{x-3}} dx$$

$$5. \int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$$

$$6. \int \frac{1}{x^2} \sqrt[3]{\frac{2x+1}{x+1}} dx$$

H. Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

1. Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:
 $y = e^{x/2} + e^{-x/2}, y = 0, x = -2, x = 2.$

2. Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:
 $y = x^2 + 2x - 3, y = 0.$

3. Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:
 $y^2 = 2x + 1, x - y - 1 = 0.$

4. Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:
 $y = \operatorname{tg} x, y = \frac{2}{3} \cos x, x = 0.$

5. Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:
 $y = e^x - 1, y = e^{2x} - 3, x = 0.$

I. Vypočtete objem tělesa

1. Vypočtete objem tělesa vytvořeného rotací obrazce ohraničeného křivkami:
 $y = x^2, x = y^2$ kolem osy x .

2. Vypočtete objem tělesa vytvořeného rotací obrazce ohraničeného křivkami:
 $y = e^{-2x} - 1, y = e^{-x} + 1, x = 0$ kolem osy x .

3. Vypočtete objem tělesa vytvořeného rotací obrazce ohraničeného křivkami:
 $2y = x^2, 2x + 2y - 3 = 0$ kolem osy x .

J. Vypočtete délku oblouku křivky

1. Vypočtete délku oblouku křivky $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $x \in \langle -1, 2 \rangle$.
2. Vypočtete délku oblouku křivky $y = \ln |\sin x|$, $x \in \langle \pi/3, 2\pi/3 \rangle$.
3. Vypočtete délku oblouku křivky $y = \ln(1 - x^2)$, $x \in \langle 0, 1/2 \rangle$.
4. Vypočtete délku oblouku křivky $y = \frac{2}{\pi} \ln \sin \frac{\pi x}{2}$, $x \in \langle 1/2, 3/2 \rangle$.
5. Vypočtete délku oblouku křivky $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$, $x \in \langle 2, 3 \rangle$.

K. Vypočítejte následující určité integrály a porovnejte získané výsledky s výsledky získanými s použitím obdélníkové, lichoběžníkové a Simpsonovy metody s počtem uzlových bodů $n + 1$:

1. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \, dx$, $n = 4$
2. $\int_{-1}^3 (x^3 - 3x^2 + 1) \, dx$, $n = 6$
3. $\int_0^{\pi/3} 5 \sin 4x \, dx$, $n = 6$
4. $\int_0^3 e^{x/3} \, dx$, $n = 4$
5. $\int_0^3 \frac{12}{x^2 + 9} \, dx$, $n = 6$
6. $\int_{-1}^1 \frac{1}{x - 4} \, dx$, $n = 6$
7. $\int_{-\pi/2}^0 2 \sin 2x \, dx$, $n = 4$
8. $\int_0^4 \frac{x - 1}{x + 1} \, dx$, $n = 8$
9. $\int_{-1}^1 \ln(x + 2) \, dx$, $n = 4$
10. $\int_2^3 \frac{1}{x^2 + x} \, dx$, $n = 6$
11. $\int_{-\pi}^{\pi/3} 2 \cos x \sin x \, dx$, $n = 6$
12. $\int_{-1}^1 4x \operatorname{arctg} 2x \, dx$, $n = 4$

L. Vypočtete určité integrály:

1. $\int_0^{\pi/2} x e^x \sin x \, dx$,
2. $\int_1^5 \frac{dx}{x + \sqrt{2x - 1}}$

3. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x(x^2 - 1)^{1/2}}$
4. $\int_0^{\pi/2} \sin x \sin 2x \sin 3x \, dx$
5. $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{\sin^4 x + \cos^4 x} \, dx$
6. $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(2 + \cos x)(3 + \cos x)}$

M. Vypočtěte nevlastní integrály:

1. $\int_0^{\pi/2} \ln \cos x \, dx$
2. $\int_0^{\pi/2} \ln \sin x \, dx$
3. $\int_0^1 \frac{x^4}{\sqrt{(1-x)(1+x)}} \, dx$
4. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$
5. $\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$
6. $\int dx$
7. $\int dx$

N. Vypočtěte nevlastní integrály:

1. $\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^3}$
2. $\int_0^\infty \frac{x^2+1}{x^4+1} \, dx$
3. $\int_0^\infty \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} \, dx$
4. $\int_0^\infty \frac{\operatorname{arctg} x}{(1+x^2)^{3/2}} \, dx$
5. $\int_1^\infty \frac{dx}{x\sqrt{1-x^5+x^{10}}}$

LC – integrální počet funkcí jedné proměnné (1)

A. Vypočtete zadané integrály, u 4 příkladů запиšte pomocí jaké metody byste je řešili.

1. $\int \frac{x^2 \cdot e^x}{(x+2)^2} dx$

2. $\int \frac{x}{x^4 + 1} dx$

3. $\int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x \ln x} dx$

4. $\int \frac{x^2 \operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx$

5. $\int \frac{5x + 3}{(x^2 - 2x + 5)^3} dx$

6. $\int \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x} dx$

7. $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx$

8. $\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x+2}{x-2}} dx$

B. Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

$y = e^{x/2} + e^{-x/2}$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 2$. Obrazec si nejprve namalujte.

C. Vypočtete délku oblouku křivky $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $x \in \langle -1, 2 \rangle$. Křivku si namalujte.

D. Vypočítejte následující určité integrály a porovnejte získané výsledky s výsledky získanými s použitím obdélníkové, lichoběžníkové a Simpsonovy metody s počtem uzlových bodů $n + 1$:

1. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x dx$, $n = 4$

2. $\int_{-1}^3 (x^3 - 3x^2 + 1) dx$, $n = 6$

E. Vypočtete určité integrály:

1. $\int_0^{\pi/2} x e^x \sin x dx$

2. $\int_0^{\pi} \sin^{10} x \sin 10x dx$

F. Vypočtete nevlastní integrály:

1. $\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$

2. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{1-x^5+x^{10}}}$

LC – integrální počet funkcí jedné proměnné (2)

A. Vypočtete zadané integrály, u 4 příkladů запиšte pomocí jaké metody byste je řešili.

1. $\int x e^x \sin x \, dx$
2. $\int \frac{x^2}{x^6 + 4} \, dx$
3. $\int \sqrt{1 + \cos^2 x} \sin 2x \cos 2x \, dx$
4. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{(1 - x^2)^3}} \, dx$
5. $\int \frac{x + 3}{(x^2 - x + 1)^2} \, dx$
6. $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x} \, dx$
7. $\int \frac{1}{2 \sin x - \cos x + 5} \, dx$
8. $\int \frac{1}{x^2} \frac{\sqrt{1 - x}}{\sqrt{1 + x}} \, dx$

B. Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

$y = x^2 + 2x - 3, y = 0$. Obrazec si nejprve namalujte a spočtete si průsečíky.

C. Vypočtete délku oblouku křivky $y = \ln |\sin x|$, $x \in \langle \pi/3, 2\pi/3 \rangle$. Křivku si namalujte.

D. Vypočítejte následující určité integrály a porovnejte získané výsledky s výsledky získanými s použitím obdélníkové, lichoběžníkové a Simpsonovy metody s počtem uzlových bodů $n + 1$:

1. $\int_0^{\pi/3} 5 \sin 4x \, dx, \quad n = 6$
2. $\int_0^3 e^{x/3} \, dx, \quad n = 4$

E. Vypočtete určité integrály:

1. $\int_1^5 \frac{dx}{x + \sqrt{2x - 1}}$
2. $\int_0^\pi e^{-x^2} \cos^2 x \, dx$

F. Vypočtete nevlastní integrály:

1. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}$
2. $\int_0^\infty \frac{\operatorname{arctg} x}{(1 + x^2)^{3/2}} \, dx$

LC – integrální počet funkcí jedné proměnné (3)

A. Vypočtěte zadané integrály, u 4 příkladů запиšte pomocí jaké metody byste je řešili.

1. $\int \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) \, dx$

2. $\int \frac{x^3}{\sqrt{1 - x^8}} \, dx$

3. $\int \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\sin x \cos x} \, dx$

4. $\int \frac{\ln \cos x}{\cos^2 x} \, dx$

5. $\int \frac{2x + 2}{(x - 1)(x^2 + 1)^2} \, dx$

6. $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x} \, dx$

7. $\int \frac{2 - \sin x}{2 + \cos x} \, dx$

8. $\int \frac{1 + \sqrt{\frac{x+1}{x}}}{2x + 1} \, dx$

B. Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

$y^2 = 2x + 1, x - y - 1 = 0$. Obrazec si nejprve namalujte a spočtěte si průsečíky.

C. Vypočtěte délku oblouku křivky $y = \ln(1 - x^2)$, $x \in \langle 0, 1/2 \rangle$. Křivku si namalujte.

D. Vypočítejte následující určité integrály a porovnejte získané výsledky s výsledky získanými s použitím obdélníkové, lichoběžníkové a Simpsonovy metody s počtem uzlových bodů $n + 1$:

1. $\int_0^3 \frac{12}{x^2 + 9} \, dx, \quad n = 6$

2. $\int_{-1}^1 \frac{1}{x - 4} \, dx, \quad n = 6$

E. Vypočtěte určité integrály:

1. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x(x^2 - 1)^{1/2}}$

2. $\int_{\pi}^{2\pi} e^{-x^2} \cos^2 x \, dx$

F. Vypočtěte nevlastní integrály:

1. $\int_0^1 \frac{x^4}{\sqrt{(1 - x)(1 + x)}} \, dx$

2. $\int_0^\infty \frac{x \ln x}{(1 + x^2)^2} \, dx$

LC – integrální počet funkcí jedné proměnné (4)

A. Vypočtete zadané integrály, u 4 příkladů запиšte pomocí jaké metody byste je řešili.

1. $\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

2. $\int \frac{x(1-x^2)}{1+x^4} dx$

3. $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$

4. $\int e^{2x^2+\ln x} dx$

5. $\int \frac{4}{x(x^4+1)} dx$

6. $\int \frac{1}{\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x} dx$

7. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{\sin^3 x \cos^5 x}} dx$

8. $\int \sqrt{\frac{2+3x}{x-3}} dx$

B. Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

$y = \operatorname{tg} x, y = \frac{2}{3} \cos x, x = 0$. Obrazec si nejprve namalujte a spočtete si průsečíky.

C. Vypočtete délku oblouku křivky $y = \frac{2}{\pi} \ln \sin \frac{\pi x}{2}, x \in \langle 1/2, 3/2 \rangle$. Křivku si namalujte.

D. Vypočítejte následující určité integrály a porovnejte získané výsledky s výsledky získanými s použitím obdélníkové, lichoběžníkové a Simpsonovy metody s počtem uzlových bodů $n+1$:

1. $\int_{-\pi/2}^0 2 \sin 2x dx, \quad n = 4$

2. $\int_0^4 \frac{x-1}{x+1} dx, \quad n = 8$

E. Vypočtete určité integrály:

1. $\int_0^{\pi/2} \sin x \sin 2x \sin 3x dx$

2. $\int_0^{\pi} x \operatorname{sgn}(\cos x) dx$

F. Vypočtete nevlastní integrály:

1. $\int_0^{\pi/2} \ln \sin x dx$

2. $\int_0^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$

LC – integrální počet funkcí jedné proměnné (5)

A. Vypočtěte zadané integrály, u 4 příkladů запиšte pomocí jaké metody byste je řešili.

1. $\int dx$
2. $\int \frac{1+x-x^2}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$
3. $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$
4. $\int \frac{\cotg x}{\ln \sin x} dx$
5. $\int \frac{x^3+x-1}{(x^2+2)^2} dx$
6. $\int \frac{\cos 2x-3}{\cos^4 x \sqrt{4-\cotg^2 x}} dx$
7. $\int \frac{1}{\sqrt{1-\sin^4 x}} dx$
8. $\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$

B. Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

$y = e^x - 1, y = e^{2x} - 3, x = 0$. Obrazec si nejprve namalujte a spočtěte si průsečíky.

C. Vypočtěte délku oblouku křivky $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}, x \in \langle 2, 3 \rangle$. Křivku si namalujte.

D. Vypočítejte následující určité integrály a porovnejte získané výsledky s výsledky získanými s použitím obdélníkové, lichoběžníkové a Simpsonovy metody s počtem uzlových bodů $n + 1$:

1. $\int_{-1}^1 \ln(x+2) dx, \quad n = 4$
2. $\int_2^3 \frac{1}{x^2+x} dx, \quad n = 6$

E. Vypočtěte určité integrály:

1. $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{\sin^4 x + \cos^4 x}$
2. $\int_0^{4\pi} |\cos x| \sqrt{\sin x} dx$

F. Vypočtěte nevlastní integrály:

1. $\int_0^{\pi/2} \ln \cos x dx$
2. $\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^3}$