

Pomůcka pro cvičení: 2. semestr Bc studia

Jednoduchá ukázka aplikací integrálů

Aplikace integrálů ve fyzice

Hydrostatická tlaková síla

J. Stewart: Calculus, str. 541

Př. Kostka o straně délky 20 cm je umístěna na dně akvária, které má hloubku 1 m. Určete hydrostatickou tlakovou sílu, která působí

a) na horní podstavu kostky,

b) na jednu z bočních stěn.

Vztah pro výpočet hydrostatické tlakové síly působící v hloubce h na rovinnou desku o obsahu S :

$$F = h \rho g S.$$

Tento vzorec lze použít při výpočtu v případě a).

```
> h:=0.8;
```

$h := 0.8$

```
> rho:=1000;
```

$\rho := 1000$

```
> g:=9.81;
```

$g := 9.81$

```
> S:=0.04;
```

$S := 0.04$

```
> F:=h*rho*g*S;
```

$F := 313.92000$

b) Vztah pro výpočet hydrostatické tlakové síly působící na jednu z bočních stěn:

$$F = \rho g \int_{h_1}^{h_2} 0.2 \cdot x \, dx$$

```
> F:=rho*g*int(0.2*x,x=0.8..1);
```

$F := 353.1600000$

Těžiště

J. Stewart: Calculus, str. 570

Př. Najděte průsečík křivek $y = x + \ln x$ a $y = x^3 - x$. Dále přibližně určete souřadnice těžiště množiny, která je ohraničena těmito křivkami.

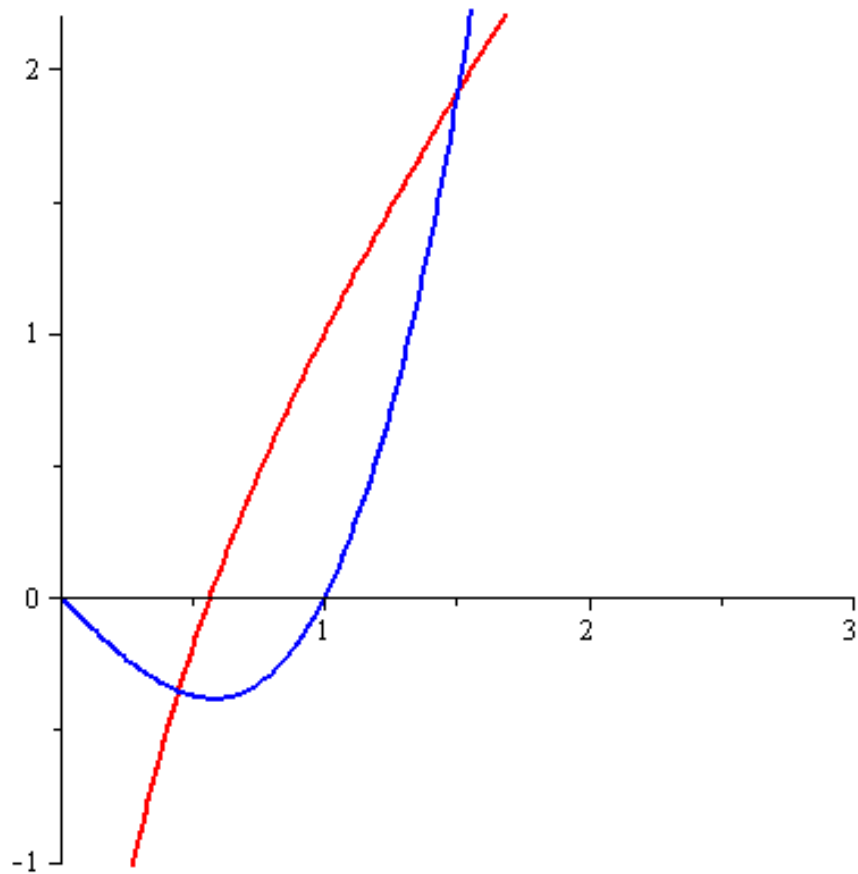
```
> f:=x->x+ln(x);
```

$f := x \rightarrow x + \ln(x)$

```
> g:=x->x^3-x;
```

$g := x \rightarrow x^3 - x$

```
> plot([f,g],0..3,-1..2.2,color=[red,blue],scaling=constrained,thickness=2);
```



Nalezení průsečíku pomocí příkazu **solve**.

```
> solve(f(x)=g(x)) ;
```

$e^{\text{RootOf}(-Z + 2e^{-Z} - (e^{-Z})^3)}$

```
> evalf() ;
```

0.4471405784

Vzhledem k tomu, že jsme obdrželi pouze jedno řešení, je třeba programu napovědět v jakém intervalu má hledat další kořen. Podle obrázku je zřejmé, že to bude v intervalu $x = \langle 1, 2 \rangle$.

```
> fsolve(f(x)=g(x), x=1..2) ;
```

1.507397469

Získali jsme oba průsečíky, a tím i integrační meze $a = 0.4471405784, b = 1.507397469$.

Souřadnice těžiště určíme ze vztahů $x_T = \frac{1}{A} \int_a^b x(f(x) - g(x)) dx, y_T = \frac{1}{A} \int_a^b \frac{1}{2} (f^2(x) - g^2(x)) dx$.

```
> A:=int(f(x)-g(x), x=0.4471405784..1.507397469) ;
```

$A := 0.7097805268$

```
> x_T:=1/A*int(x*(f(x)-g(x)), x=0.4471405784..1.507397469) ;
```

$x_T := 0.9855006314$

```
> y_T:=1/A*int(1/2*(f(x)^2-g(x)^2), x=0.4471405784..1.507397469) ;
```

$y_T := 0.5389635390$

Souřadnice těžiště jsou $T = [x_T, y_T]$.

