

Pomůcka pro přednášku: 2. semestr Bc studia

Taylorův polynom funkcí více proměnných

Taylorův polynom funkcí více proměnných -

TaylorApproximation

balíček: Student[MultivariateCalculus]

Příkaz `TaylorApproximation(f(x,y,...), [x,y,...]=[a,b,...], order, x=xmin..xmax, y=ymin..ymax, ..., opts)` z balíčku `Student[MultivariateCalculus]` dává jako výsledek Taylorovu polynom funkce více proměnných daného řádu a v daném bodě. Pomocí parametru `opts` lze získat výstup ve formě obrázku nebo animace.

Př. Aproximujte funkci $f(x, y) = \sin(x + y)$ v okolí bodu $[1, 0]$ Taylorovým polynomem řádu $n=5$.

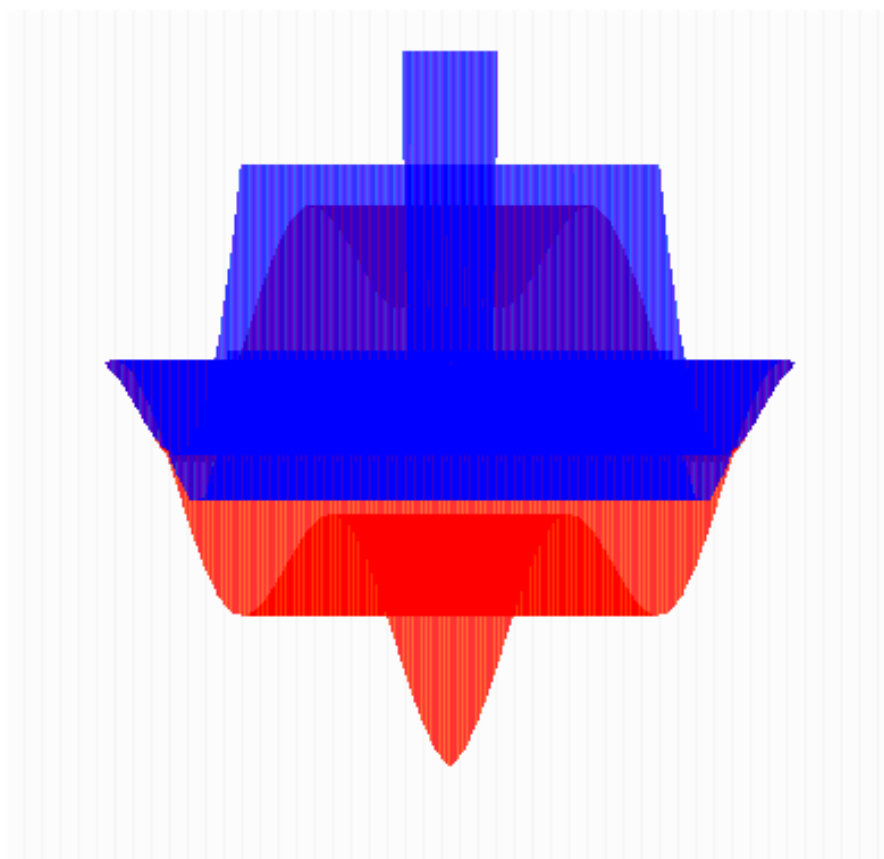
> with(Student[MultivariateCalculus]):

> TaylorApproximation(sin(x+y), [x,y]=[1,0], 5);

$$\begin{aligned} & \frac{1}{120} \cos(1) y^5 + \frac{1}{24} \sin(1) y^4 + \frac{1}{24} \cos(1) (x-1) y^4 \\ & + \frac{1}{6} \sin(1) (x-1) y^3 + \frac{1}{12} \cos(1) (x-1)^2 y^3 - \frac{1}{6} \cos(1) y^3 \\ & + \frac{1}{12} \cos(1) (x-1)^3 y^2 - \frac{1}{2} \sin(1) y^2 - \frac{1}{2} \cos(1) (x-1) y^2 \\ & + \frac{1}{4} \sin(1) (x-1)^2 y^2 + \frac{1}{24} \cos(1) (x-1)^4 y + \cos(1) y \\ & + \frac{1}{6} \sin(1) (x-1)^3 y - \sin(1) (x-1) y - \frac{1}{2} \cos(1) (x-1)^2 y \\ & + \frac{1}{24} \sin(1) (x-1)^4 + \frac{1}{120} \cos(1) (x-1)^5 + \sin(1) \\ & + \cos(1) (x-1) - \frac{1}{6} \cos(1) (x-1)^3 - \frac{1}{2} \sin(1) (x-1)^2 \end{aligned}$$

Zobrazte výstup aproximace jako obrázek a jako animaci.

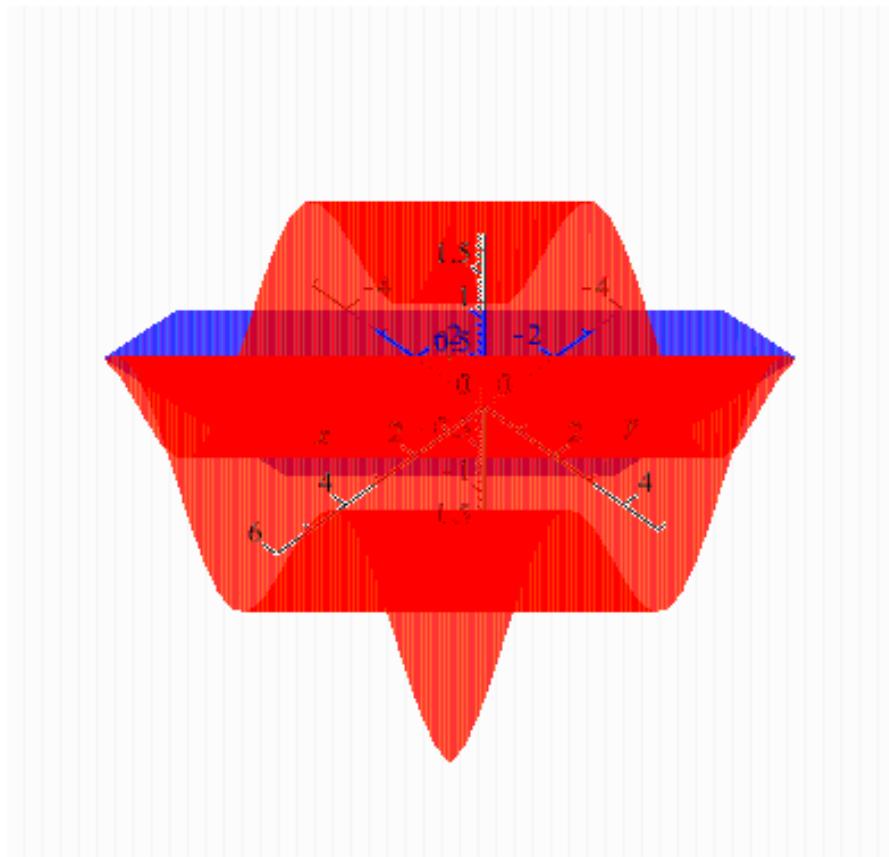
> TaylorApproximation(sin(x+y), [x,y]=[1,0], 5, output=plot);



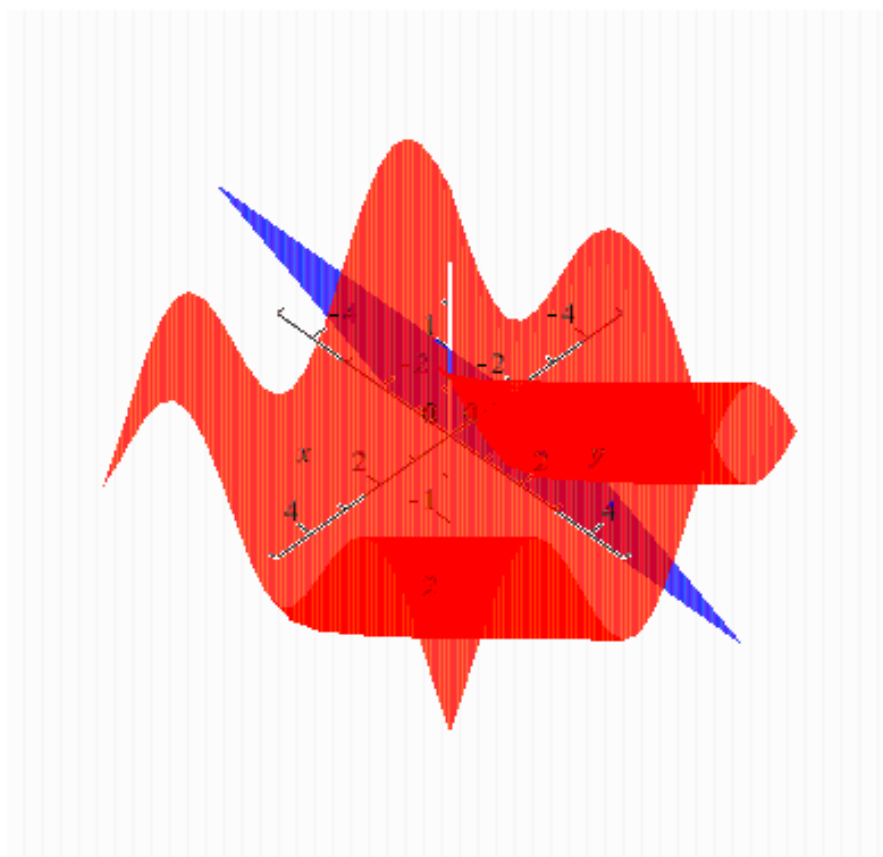
Graf původní funkce je zobrazen červenou barvou, aproximace je barvou modrou.

POZOR! Graf zobrazený modrou barvou vypadá, jako by se skládal ze dvou částí, ale to je omyl, na ose znení volen dostatečně velký rozsah, aby bylo vidět, že výsledkem je opět spojitá funkce.

```
> TaylorApproximation(sin(x+y),[x,y]=[1,0],5, output=animation);
```



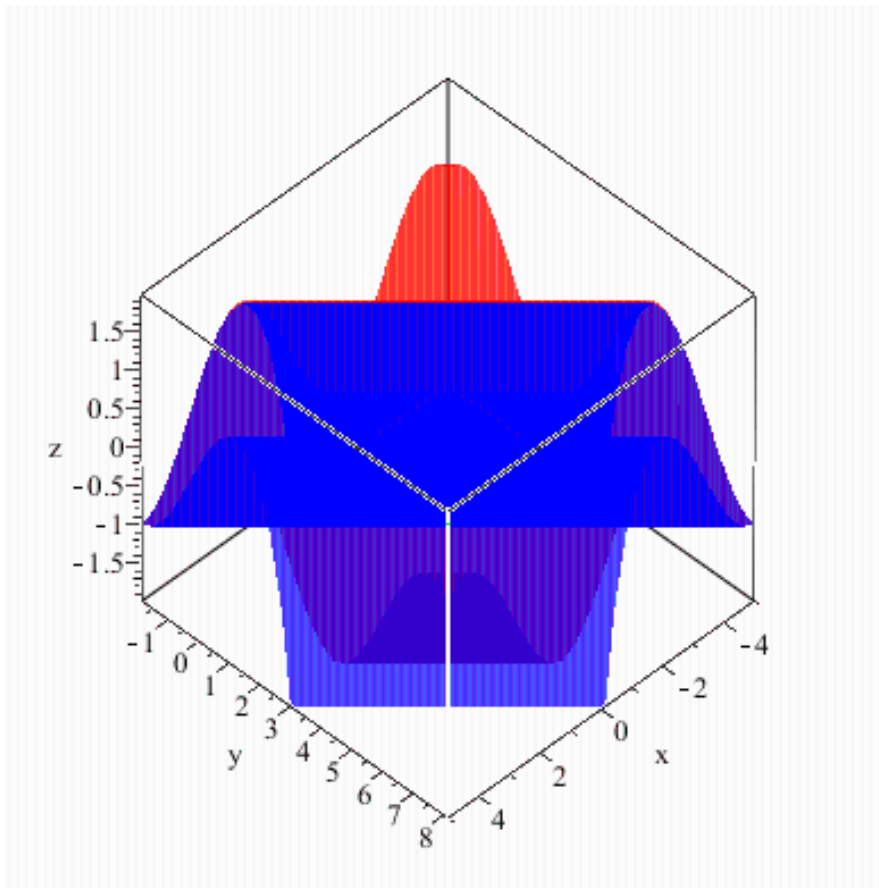
```
> TaylorApproximation( sin(x+sqrt(y^2+1/2)), [x, y] = [0, 0], 5,
output = animation);
```



Příkaz `TaylorApproximationTutor(f(x,y), [x,y]=[a,b], order, x=xmin..xmax, y=ymin..ymax)` aproximuje funkci **dvou proměnných** Taylorovým polynomem.

> `with(Student[MultivariateCalculus]) :`

> `TaylorApproximationTutor(cos(x+y), [x,y]=[0,Pi], 8) ;`

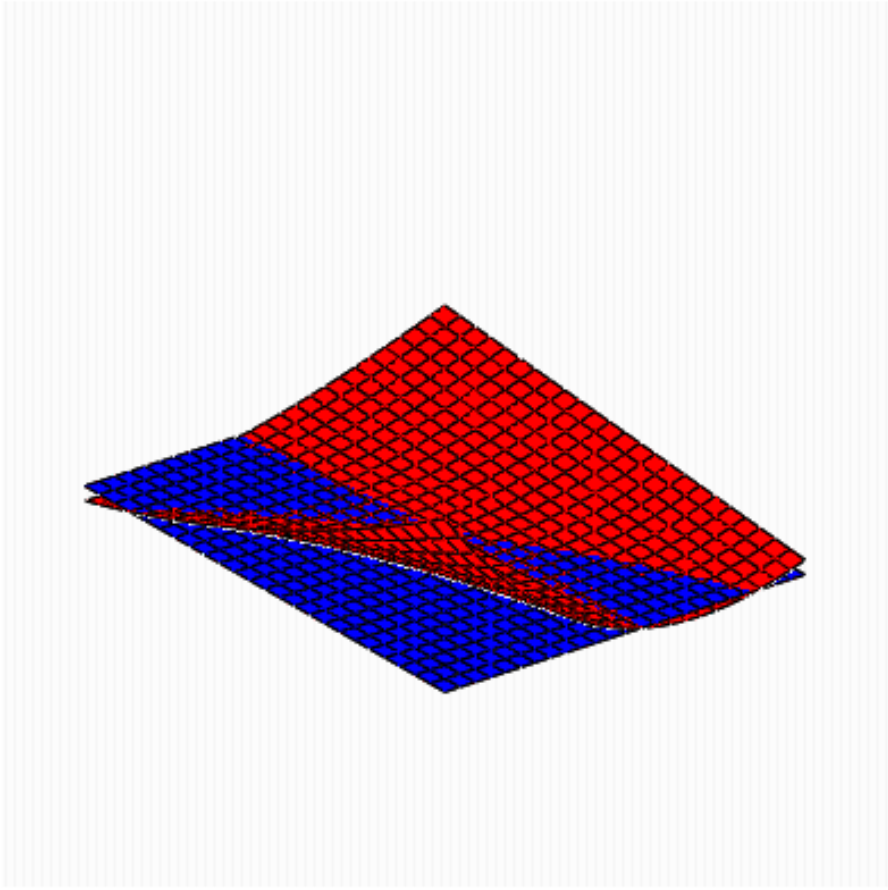


Taylorův polynom funkcí více proměnných - mtaylor

Další možností, jak aproximovat funkci více proměnných Taylorovým polynomem, je použití příkazu **mtaylor(f, v, n)**, kde f je algebraický výraz, v je seznam proměnných, n určuje řád Taylorova polynomu (bude $n - 1$). Pokud není n zadáno, je interně nastaveno $n=6$.

Př. Aproximujte funkci $f(x, y) = x^3y + x^2y^2$ v okolí bodu $[1, 2]$ Taylorovým polynomem řádu $n=2$ a $n=3$.

```
> with(plots) :
> f:=(x,y)->x^3*y+x^2*y^2;
                                f:=(x,y)→x3y+x2y2
> T1:=(x,y)-> mtaylor(f(x,y), [x=1,y=2], 2);
                                T1:=(x,y)→mtaylor(f(x,y), [x=1,y=2], 2)
> mtaylor(f(x,y), [x=1,y=2], 2);
                                -18+14x+5y
> T2:=(x,y)-> mtaylor(f(x,y), [x=1,y=2], 3);
                                T2:=(x,y)→mtaylor(f(x,y), [x=1,y=2], 3)
> mtaylor(f(x,y), [x=1,y=2], 3);
                                -18+14x+5y+10(x-1)2+11(y-2)(x-1)+(y-2)2
> plot3d([f(x,y), T1(x,y)], x=0..2, y=1..3, color=[red,blue]);
```



>