LC – diferenciální rovnice (1)

1. Nakreslete směrové pole DR $y' = x^2 - y^2$ a tři partikulární řešení daná počátečními podmínkami, které si sami zvolíte zvolíte.
2. Vyřešte symbolicky diferenciální rovnici $y^{(4)} - 13y'' + 36y = 0$ s počátečními podmínkami $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 2$, $y'''(0) = -2$. Dále řešte tutéž úlohu numericky. Koncový bod intervalu, na kterém řešení znázorníte, si zvolte sami. Výsledek znázorněte graficky.
3. Vyřešte nejprve symbolicky a pak numericky systém

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1 - y_2 + y_3, \\ y_2' &= y_1 + y_2 - y_3, \\ y_3' &= - y_2 + 2y_3. \end{aligned}$$

   s počátečními podmínkami $y_1(0) = 6$, $y_2(0) = -1$, $y_3(0) = 4$. Řešení hledejte na intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Výsledek znázorněte graficky.
4. Řešte numericky úlohu $y' = \sqrt[3]{x} + 2\,\frac{x}{y}$, $y(1) = 3$ na intervalu $x \in \langle 1, 2\rangle$ s krokem $h = 0,1$. Použijte Eulerovu metodu, metodu Rungeho-Kutty 4. řádu a metodu prediktor–korektor.
   a) Řešení znázorněte do jednoho obrázku.
   b) Řešení znázorněte ve formě tabulky.
   c) Srovnejte přesnost metod.
   Využijte balíčku Student.
5. Vyřešte numericky počáteční úlohu $y' = \frac{x^2 - \sin(xy)}{1+y^2}$, $y(0) = 0{,}5$. Řešení zobrazte na intervalu, který si zvolíte. Dále určete „přesné“ hodnoty tohoto řešení ve třech zvolených bodech. Použijte příkaz dsolve s výstupem array.

LC – diferenciální rovnice (2)

1. Nakreslete směrové pole DR $y' = (x^2 - y^2)\,\mathrm{e}^{-xy}$ a tři partikulární řešení daná počátečními podmínkami, které si zvolíte.
2. Vyřešte symbolicky diferenciální rovnici $y^{(4)} - 13y'' + 36y = 0$ s počátečními podmínkami $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 2$, $y'''(0) = -2$. Dále řešte tutéž úlohu numericky. Koncový bod intervalu, na kterém řešení znázorníte, si zvolte sami. Výsledek znázorněte graficky.
3. Vyřešte symbolicky a numericky systém

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1 - y_2 + y_3, \\ y_2' &= y_1 + y_2 - y_3, \\ y_3' &= - y_2 + 2y_3. \end{aligned}$$

   s počátečními podmínkami $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = -1$, $y_3(0) = 2$. Řešení hledejte na intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Výsledek znázorněte graficky.
4. Řešte numericky úlohu $y' = \sqrt{x} + 2\,\frac{x}{y}$, $y(1) = 3$ na intervalu $x \in \langle 1, 2\rangle$ s krokem $h = 0,1$. Použijte Eulerovu metodu, metodu Rungeho-Kutty 3. řádu a metodu Adamsovu-Bashforthovu.
   a) Řešení znázorněte do jednoho obrázku.
   b) Řešení znázorněte ve formě tabulky.
   c) Srovnejte přesnost metod.
   Využijte balíčku Student.
5. Vyřešte numericky počáteční úlohu $y' = x\ln(1 + x^2 + y^2) - y$, $y(1) = 0$. Řešení zobrazte na intervalu, který si zvolíte. Dále určete „přesné“ hodnoty tohoto řešení ve třech zvolených bodech. Použijte příkaz dsolve s výstupem array.

LC – diferenciální rovnice (3)

1. Nakreslete směrové pole DR $y' = x \sin xy$ a tři partikulární řešení daná počátečními podmínkami, které si zvolíte.
2. Vyřešte symbolicky diferenciální rovnici $y^{(4)} - 13y'' + 36y = 0$ s počátečními podmínkami $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 2$, $y'''(0) = -2$. Dále řešte tutéž úlohu numericky. Koncový bod intervalu, na kterém řešení znázorníte, si zvolte sami. Výsledek znázorněte graficky.
3. Vyřešte symbolicky a numericky systém

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1 - y_2 + y_3, \\ y_2' &= y_1 + y_2 - y_3, \\ y_3' &= - y_2 + 2y_3. \end{aligned}$$

   s počátečními podmínkami $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = 1$, $y_3(0) = 4$. Řešení hledejte na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. Výsledek znázorněte graficky.
4. Řešte numericky úlohu $y' = 3\,\frac{y}{x} - 2\sqrt[3]{x} + 2\,\frac{x}{y}$, $y(1) = 3$ na intervalu $x \in \langle 1, 2 \rangle$ s krokem $h = 0,1$. Použijte Eulerovu metodu, metodu Rungeho-Kutty 4. řádu a metodu prediktor–korektor.
   a) Řešení znázorněte do jednoho obrázku.
   b) Řešení znázorněte ve formě tabulky.
   c) Srovnejte přesnost metod.
   Využijte balíčku Student.
5. Vyřešte numericky počáteční úlohu $y' = xy\,\mathrm{e}^{x-y}$, $y(-1) = 1$. Řešení zobrazte na intervalu, který si zvolíte. Dále určete „přesné“ hodnoty tohoto řešení ve třech zvolených bodech. Použijte příkaz dsolve s výstupem array.

LC – diferenciální rovnice (4)

1. Nakreslete směrové pole DR $y' = y + \cos(x + y)$ a tři partikulární řešení daná počátečními podmínkami, které si zvolíte.
2. Vyřešte symbolicky diferenciální rovnici $y^{(4)} - 8y'' + 16y = 0$ s počátečními podmínkami $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 2$, $y'''(0) = -2$. Dále řešte tutéž úlohu numericky. Koncový bod intervalu, na kterém řešení znázorníte, si zvolte sami. Výsledek znázorněte graficky.
3. Vyřešte symbolicky a numericky systém

$$\begin{aligned} y_1' &= - y_2 + y_3, \\ y_2' &= y_1 - y_3, \\ y_3' &= -y_1 + y_2. \end{aligned}$$

   s počátečními podmínkami $y_1(0) = 2$, $y_2(0) = 1$, $y_3(0) = 1$. Řešení hledejte na intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Výsledek znázorněte graficky.
4. Řešte numericky úlohu $y' = 3\,\frac{x}{y} - 2\,x^2$, $y(1) = 3$ na intervalu $x \in \langle 1, 2\rangle$ s krokem $h = 0,1$. Použijte Eulerovu metodu, metodu Rungeho-Kutty 4. řádu a metodu prediktor–korektor.
   a) Řešení znázorněte do jednoho obrázku.
   b) Řešení znázorněte ve formě tabulky.
   c) Srovnejte přesnost metod.
   Využijte balíčku Student.
5. Vyřešte numericky počáteční úlohu $y' = x^2 - y^2 + xy$, $y(0) = 0$. Řešení zobrazte na intervalu, který si zvolíte. Dále určete „přesné“ hodnoty tohoto řešení ve třech zvolených bodech. Použijte příkaz dsolve s výstupem array.

LC – diferenciální rovnice (5)

1. Nakreslete směrové pole DR $y' = \frac{x-y^2}{x+y}$ a tři partikulární řešení daná počátečními podmínkami, které si zvolíte.
2. Vyřešte symbolicky diferenciální rovnici $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$ s počátečními podmínkami $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 2$. Dále řešte tutéž úlohu numericky. Koncový bod intervalu, na kterém řešení znázorníte, si zvolte sami. Výsledek znázorněte graficky.
3. Vyřešte symbolicky a numericky systém

$$\begin{aligned} y_1' &= -\,y_1 - y_2 - y_3, \\ y_2' &= \,y_1 + y_2 + y_3, \\ y_3' &= -\,y_1 - y_2 - y_3. \end{aligned}$$

   s počátečními podmínkami $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = 2$, $y_3(0) = 3$. Řešení hledejte na intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Výsledek znázorněte graficky.
4. Řešte numericky úlohu $y' = x^2 - 2\,\frac{y}{x}$, $y(1) = 4$ na intervalu $x \in \langle 1, 2\rangle$ s krokem $h = 0,1$. Použijte Eulerovu metodu, metodu Rungeho-Kutty 4. řádu a metodu Adamsovu-Bashforthovu.
   a) Řešení znázorněte do jednoho obrázku.
   b) Řešení znázorněte ve formě tabulky.
   c) Srovnejte přesnost metod.
   Využijte balíčku Student.
5. Vyřešte numericky počáteční úlohu $y' = \frac{xy+1}{x^2-y^2}$, $y(0) = 1$. Řešení zobrazte na intervalu, který si zvolíte. Dále určete „přesné“ hodnoty tohoto řešení ve třech zvolených bodech. Použijte příkaz dsolve s výstupem array.

LC – diferenciální rovnice (6)

1. Nakreslete směrové pole DR $y' = \cos(xy)\sqrt{x^2 + y^4}$ a tři partikulární řešení daná počátečními podmínkami, které si zvolíte.
2. Vyřešte symbolicky diferenciální rovnici $y'' - 4y = \mathrm{e}^{2x} \sin 2x$ s počátečními podmínkami $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$. Dále řešte tutéž úlohu numericky. Koncový bod intervalu, na kterém řešení znázorníte, si zvolte sami. Výsledek znázorněte graficky.
3. Vyřešte symbolicky a numericky systém

$$\begin{aligned} y_1' &= -\ y_2 - y_3, \\ y_2' &= \quad y_2, \\ y_3' &= \qquad\quad y_3. \end{aligned}$$

   s počátečními podmínkami $y_1(0) = -1$, $y_2(0) = 2$, $y_3(0) = 4$. Řešení hledejte na intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Výsledek znázorněte graficky.
4. Řešte numericky úlohu $y' = x^2 - 2\,\frac{y}{x}$, $y(1) = 4$ na intervalu $x \in \langle 1, 2\rangle$ s krokem $h = 0,1$. Použijte Eulerovu metodu, metodu Rungeho-Kutty 3. řádu a metodu prediktor–korektor.
   a) Řešení znázorněte do jednoho obrázku.
   b) Řešení znázorněte ve formě tabulky.
   c) Srovnejte přesnost metod.
   Využijte balíčku Student.
5. Vyřešte numericky počáteční úlohu $y' = \ln(1 + xy) - x/y$, $y(0) = 1$. Řešení zobrazte na intervalu, který si zvolíte. Dále určete „přesné“ hodnoty tohoto řešení ve třech zvolených bodech. Použijte příkaz dsolve s výstupem array.

LC – diferenciální rovnice (7)

1. Nakreslete směrové pole DR $y' = \ln(x^2 + y^2)$ a tři partikulární řešení daná počátečními podmínkami, které si zvolíte.
2. Vyřešte symbolicky diferenciální rovnici $y'' + y = x \sin x$ s počátečními podmínkami $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$. Dále řešte tutéž úlohu numericky. Koncový bod intervalu, na kterém řešení znázorníte, si zvolte sami. Výsledek znázorněte graficky.
3. Vyřešte symbolicky a numericky systém

$$\begin{aligned} y_1' &= -\,y_1 + y_2, \\ y_2' &= \qquad\;\; y_2, \\ y_3' &= \quad\; y_1 + y_2. \end{aligned}$$

   s počátečními podmínkami $y_1(0) = 0$, $y_2(0) = 1$, $y_3(0) = 2$. Řešení hledejte na intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Výsledek znázorněte graficky.
4. Řešte numericky úlohu $y' = 3\,\frac{x}{y} - 2\,x^2$, $y(1) = 3$ na intervalu $x \in \langle 1, 2\rangle$ s krokem $h = 0,1$. Použijte Eulerovu metodu, metodu Rungeho-Kutty 3. řádu a metodu Adamsovu-Bashforthovu.
   a) Řešení znázorněte do jednoho obrázku.
   b) Řešení znázorněte ve formě tabulky.
   c) Srovnejte přesnost metod.
   Využijte balíčku Student.
5. Vyřešte numericky počáteční úlohu $y' = \operatorname{arctg}(x - y) + y^2 - x$, $y(0) = 1$. Řešení zobrazte na intervalu, který si zvolíte. Dále určete „přesné“ hodnoty tohoto řešení ve třech zvolených bodech. Použijte příkaz dsolve s výstupem array.

LC – diferenciální rovnice (8)

1. Nakreslete směrové pole DR $y' = \mathrm{e}^{-y}\sinh(xy)$ a tři partikulární řešení daná počátečními podmínkami, které si zvolíte.
2. Vyřešte symbolicky diferenciální rovnici $y''' - 4y'' + 3y' = x^2 + x\mathrm{e}^{2x}$ s počátečními podmínkami $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 2$. Dále řešte tutéž úlohu numericky. Koncový bod intervalu, na kterém řešení znázorníte, si zvolte sami. Výsledek znázorněte graficky.
3. Vyřešte symbolicky a numericky systém

$$\begin{aligned} y_1' &= -\,y_1 + y_2, \\ y_2' &= \qquad -\,y_2 + 4y_3, \\ y_3' &= \quad y_1 \qquad\quad - 4y_3, \end{aligned}$$

   s počátečními podmínkami $y_1(0) = -1$, $y_2(0) = 6$, $y_3(0) = 4$. Řešení hledejte na intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Výsledek znázorněte graficky.
4. Řešte numericky úlohu $y' = \sqrt{x} + 2\,\frac{x}{y}$, $y(1) = 3$ na intervalu $x \in \langle 1, 2\rangle$ s krokem $h = 0,1$. Použijte Eulerovu metodu, metodu Rungeho-Kutty 4. řádu a metodu prediktor–korektor.
   a) Řešení znázorněte do jednoho obrázku.
   b) Řešení znázorněte ve formě tabulky.
   c) Srovnejte přesnost metod.
   Využijte balíčku Student.
5. Vyřešte numericky počáteční úlohu $y' = \ln(x+y) - \sqrt{x^2 + y^2}$, $y(1) = 1$. Řešení zobrazte na intervalu, který si zvolíte. Dále určete „přesné“ hodnoty tohoto řešení ve třech zvolených bodech. Použijte příkaz dsolve s výstupem array.

LC – diferenciální rovnice (9)

1. Nakreslete směrové pole DR $y' = x\,\mathrm{e}^{x-y} + \sin(x+y)$ a tři partikulární řešení daná počátečními podmínkami, které si zvolíte.
2. Vyřešte symbolicky diferenciální rovnici $y''' - 3y' - 2y = \sin x + 2\cos x$ s počátečními podmínkami $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$, $y''(0) = -2$. Dále řešte tutéž úlohu numericky. Koncový bod intervalu, na kterém řešení znázorníte, si zvolte sami. Výsledek znázorněte graficky.
3. Vyřešte symbolicky a numericky systém

$$\begin{aligned} y_1' &= \ 2y_1 - \ y_2, \\ y_2' &= -\ \ y_1 + 2y_2 - 5\mathrm{e}^x \sin x, \end{aligned}$$

   s počátečními podmínkami $y_1(0) = 6$, $y_2(0) = -1$. Řešení hledejte na intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Výsledek znázorněte graficky.
4. Řešte numericky úlohu $y' = 3\,\frac{y}{x} - 2\sqrt[3]{x} + 2\,\frac{x}{y}$, $y(1) = 3$ na intervalu $x \in \langle 1, 2\rangle$ s krokem $h = 0,1$. Použijte Eulerovu metodu, metodu Rungeho-Kutty 4. řádu a metodu prediktor–korektor.
   a) Řešení znázorněte do jednoho obrázku.
   b) Řešení znázorněte ve formě tabulky.
   c) Srovnejte přesnost metod.
   Využijte balíčku Student.
5. Vyřešte numericky počáteční úlohu $y' = 1 + y + y^2 - x^2$, $y(1) = -1$. Řešení zobrazte na intervalu, který si zvolíte. Dále určete „přesné“ hodnoty tohoto řešení ve třech zvolených bodech. Použijte příkaz dsolve s výstupem array.

LC – diferenciální rovnice (10)

1. Nakreslete směrové pole DR $y' = \operatorname{arccotg}(x + xy + y^2)$ a tři partikulární řešení daná počátečními podmínkami, které si zvolíte.
2. Vyřešte symbolicky diferenciální rovnici $y^{(5)} - 3y^{(4)} + 2y''' = 8x - 12$ s počátečními podmínkami $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 2$, $y'''(0) = -2$, $y^{(4)} = 2$. Dále řešte tutéž úlohu numericky. Koncový bod intervalu, na kterém řešení znázorníte, si zvolte sami. Výsledek znázorněte graficky.
3. Vyřešte symbolicky a numericky systém

$$\begin{aligned} y_1' &= 3y_1 + \ 2y_2 + 4\mathrm{e}^{5x}, \\ y_2' &= \ \ y_1 + 2y_2, \end{aligned}$$

   s počátečními podmínkami $y_1(0) = 6$, $y_2(0) = -1$. Řešení hledejte na intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Výsledek znázorněte graficky.
4. Řešte numericky úlohu $y' = x^2 - 2\,\frac{y}{x}$, $y(1) = 4$ na intervalu $x \in \langle 1, 2\rangle$ s krokem $h = 0,1$. Použijte Eulerovu metodu, metodu Rungeho-Kutty 4. řádu a metodu Adamsovu-Bashforthovu.
   a) Řešení znázorněte do jednoho obrázku.
   b) Řešení znázorněte ve formě tabulky.
   c) Srovnejte přesnost metod.
   Využijte balíčku Student.
5. Vyřešte numericky počáteční úlohu $y' = xy^2 - 2xy + 3y^2$, $y(1) = 0$. Řešení zobrazte na intervalu, který si zvolíte. Dále určete „přesné“ hodnoty tohoto řešení ve třech zvolených bodech. Použijte příkaz dsolve s výstupem array.