

Pomůcka pro cvičení: 2. semestr Bc studia

Diferenciální rovnice vyšších řádů

Diferenciální rovnice vyšších řádů

balíček: DEtools

Př. 1 Nalezněte obecné řešení DR 2. řádu $y'' - 6y' + 9y = 2x^2 - x + 3$.

```
> DR:=diff(y(x),x$2)-6*diff(y(x),x)+9*y(x)=2*x^2-x+3;
```

$$DR := \frac{d^2}{dx^2} y(x) - 6 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) + 9y(x) = 2x^2 - x + 3$$

```
> dsolve(DR,y(x));
```

$$y(x) = e^{3x} C_2 + e^{3x} C_1 + \frac{11}{27} + \frac{5}{27} x + \frac{2}{9} x^2$$

Př. 2 Nalezněte partikulární řešení DR 2. řádu $y'' - y' + 9y = 2 - 2x$, které splňuje počáteční podmínky $y(0) = 0, y'(0) = 1$. Získané řešení nakreslete.

```
> restart;
```

```
> DR:= diff(y(x),x$2)-diff(y(x),x)=2*(1-x);
```

$$DR := \frac{d^2}{dx^2} y(x) - \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = 2 - 2x$$

```
> PP:=y(0)=0,D(y)(0)=1;
```

$$PP := y(0) = 0, D(y)(0) = 1$$

```
> res:=dsolve({DR,PP},y(x));
```

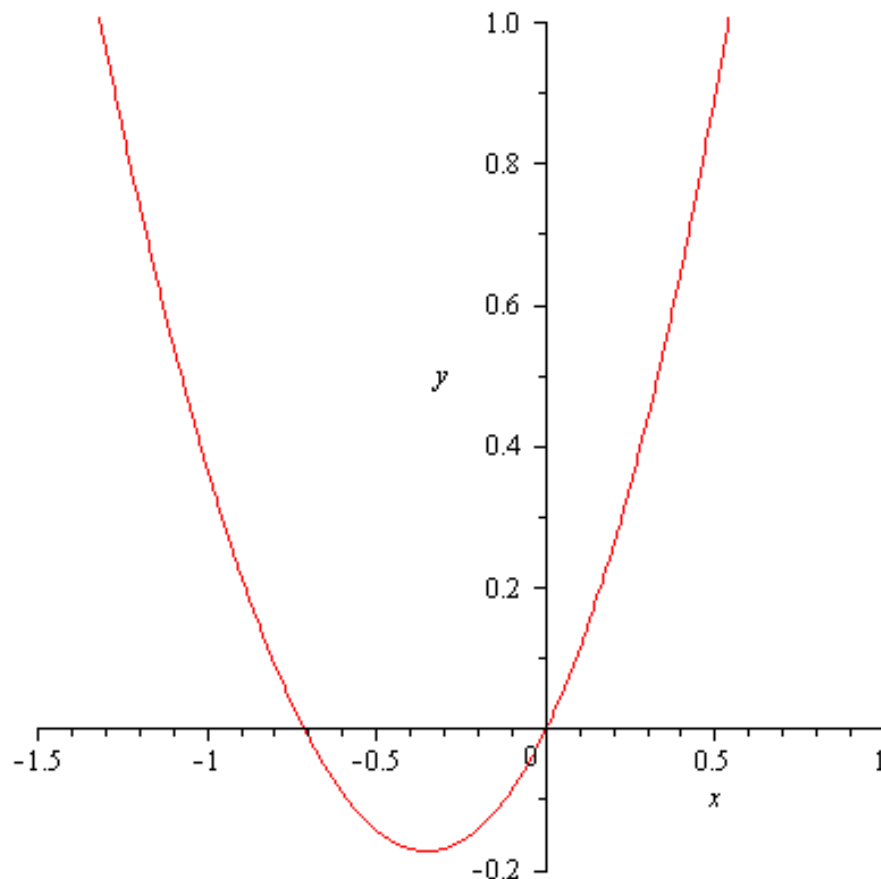
$$res := y(x) = x^2 + e^x - 1$$

Pokud chceme nakreslit pouze integrační křivku, která prochází počáteční podmínkou, je třeba ze symbolického zápisu křivky vytvořit funkci, k tomu použijeme příkaz **unapply**. K nakreslení pak stačí použít příkaz **plot**.

```
> f:=unapply(rhs(combine(res)),x);
```

$$f := x \rightarrow x^2 + e^x - 1$$

```
> plot(f(x),x=-1.5..1,y=-0.2..1);
```



Př. 3 Nalezněte obecné řešení DR 3. řádu $y''' + 2y'' + y' = -2xe^{-2x}$, a dále nalezněte partikulární řešení, které splňuje počáteční podmínky $y(0) = 2, y'(0) = 1, y''(0) = 0$. Získané řešení nakreslete.

> **restart;**

> **with(DEtools):**

>

DR:=diff(y(x),x\$3)+2*diff(y(x),x\$2)+diff(y(x),x)=-2*x*exp(-2*x);

$$DR := \frac{d^3}{dx^3} y(x) + 2 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + \frac{d}{dx} y(x) = -2xe^{-2x}$$

> **dsolve(DR,y(x));**

$$y(x) = -e^{-x} _C2 + _C1 (-e^{-x}x - e^{-x}) + \frac{5}{2}e^{-2x} + xe^{-2x} + _C3$$

> **PP:=y(0)=2,D(y)(0)=1,D(D(y))(0)=0;**

$$PP := y(0) = 2, D(y)(0) = 1, D^{(2)}(y)(0) = 0$$

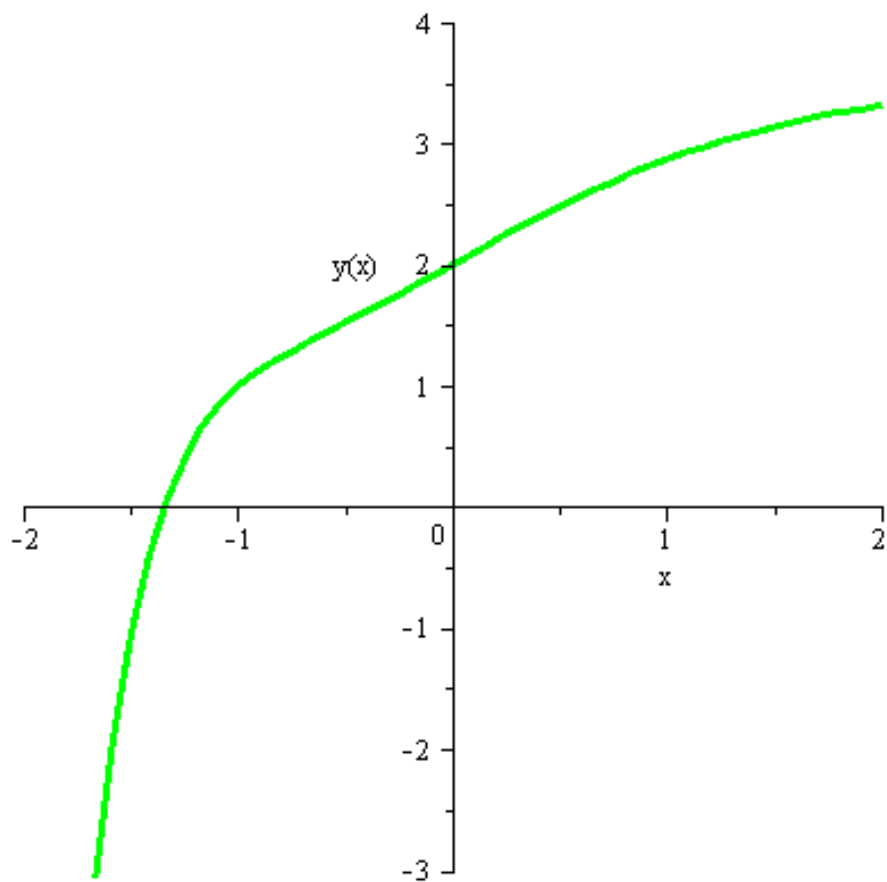
> **res:=dsolve({DR,PP},y(x));**

$$res := y(x) = -4e^{-x} + e^{-x}x + \frac{5}{2}e^{-2x} + xe^{-2x} + \frac{7}{2}$$

V balíčku **DEtools** lze pro zobrazení integrální křivky použít příkazu **DEplot(deqns, vars, trange, options)**, parametr **deqns** je buď systém diferenciálních rovnic prvního řádu, nebo jedna DR libovolného řádu, **vars** je zápis závisle proměnné resp. seznam závisle proměnných, **trange** je interval, na kterém chceme zobrazit nezávisle proměnnou, v **options** jsou další volby týkající se

zobrazované křivky. Příkaz **DEplot** využívá při zobrazování numerických metod, v Maple je přednastavena metoda `method=rkf45`. Více viz Help.

```
> DEplot(DR,y(x),x=-2..2,[[PP]],y=-3..4,linecolor=green);
```



```
>
```