

Pomůcka pro cvičení: 3. semestr Bc studia

Metoda nejmenších čtverců

balíček: CurveFitting

Pro řešení úloh metodou nejmenších čtverců je potřeba načíst balíček **CurveFitting**, ten v sobě obsahuje zabudovanou funkci **LeastSquares**. Zápis parametrů této funkce může být dvojí:

LeastSquares(xydata, v, opts), kde **xydata** zadáváme jako seznam uspořádaných dvojic, **v** je jméno nezávisle proměnné a **opts** jsou další parametry, nebo použijeme zápis

LeastSquares(xdata, ydata, v, opts), ve kterém od sebe oddělíme první a druhou složku uspořádané dvojice, tyto složky pak zapíšeme jako seznamy **xdata** a **ydata**. Pokud do **opts** nezapišeme nic, výsledkem bude lineární funkce aproximující zadaná data ve smyslu metody nejmenších čtverců, v případě, že jako **opts** zadáme parametr **curve**, budeme aproximovat daná data příslušnou funkcí, kterou do curve dosadíme.

Př. 1 Funkci f , která je dána tabulkou naměřených hodnot, aproximujte metodou nejmenších čtverců

a) algebraickým polynomem 1. stupně

b) algebraickým polynomem 2. stupně, 3. stupně a 4. stupně

Data z tabulky nejprve zakreslete. Dále zakreslete do jednoho obrázku zadaná data a polynom 1. stupně. Nakonec zakreslete zadaná data a všechny aproximace do jednoho obrázku.

x	2	2.5	3	3.5	4	5	5.5	6	6.5	7
y	0.7	2.1	3.4	4.3	5.3	5.8	6.5	5.8	6.2	5.4

```
> with(CurveFitting) :
```

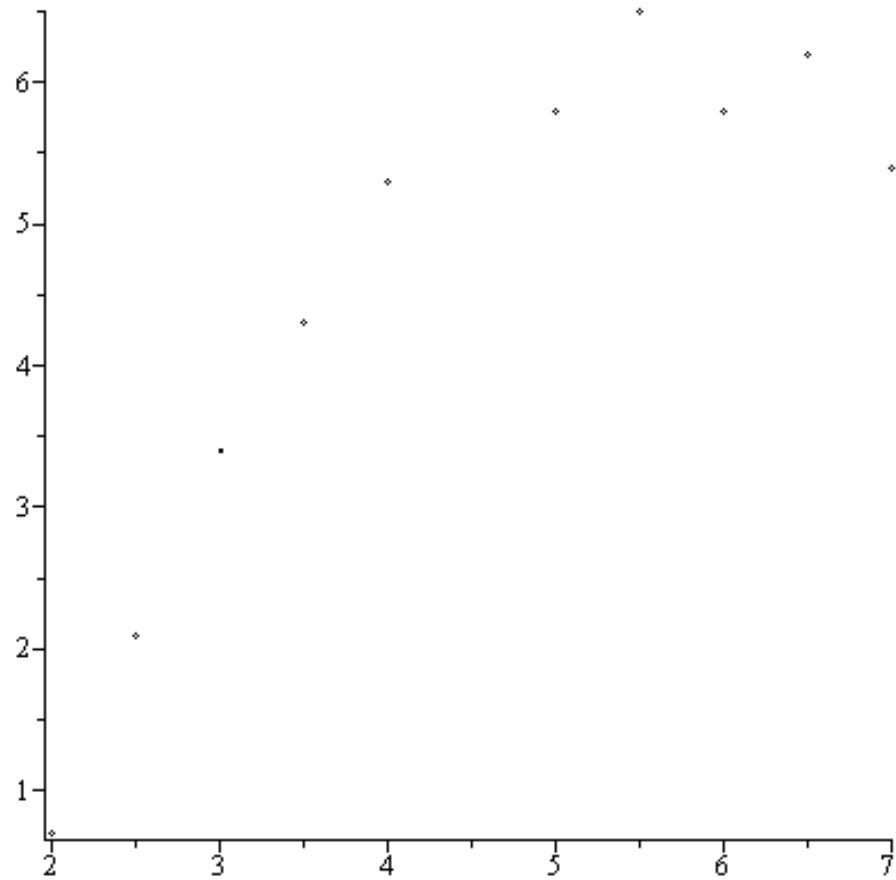
```
>
```

```
data := [ [2, 0.7], [2.5, 2.1], [3, 3.4], [3.5, 4.3], [4, 5.3], [5, 5.8], [5.5, 6.5],  
.5],  
[6, 5.8], [6.5, 6.2], [7, 5.4] ] ;
```

```
data := [ [2, 0.7], [2.5, 2.1], [3, 3.4], [3.5, 4.3], [4, 5.3], [5, 5.8], [5.5,  
6.5], [6, 5.8], [6.5, 6.2], [7, 5.4] ]
```

```
> with(plots) :
```

```
> pointplot(data) ;
```

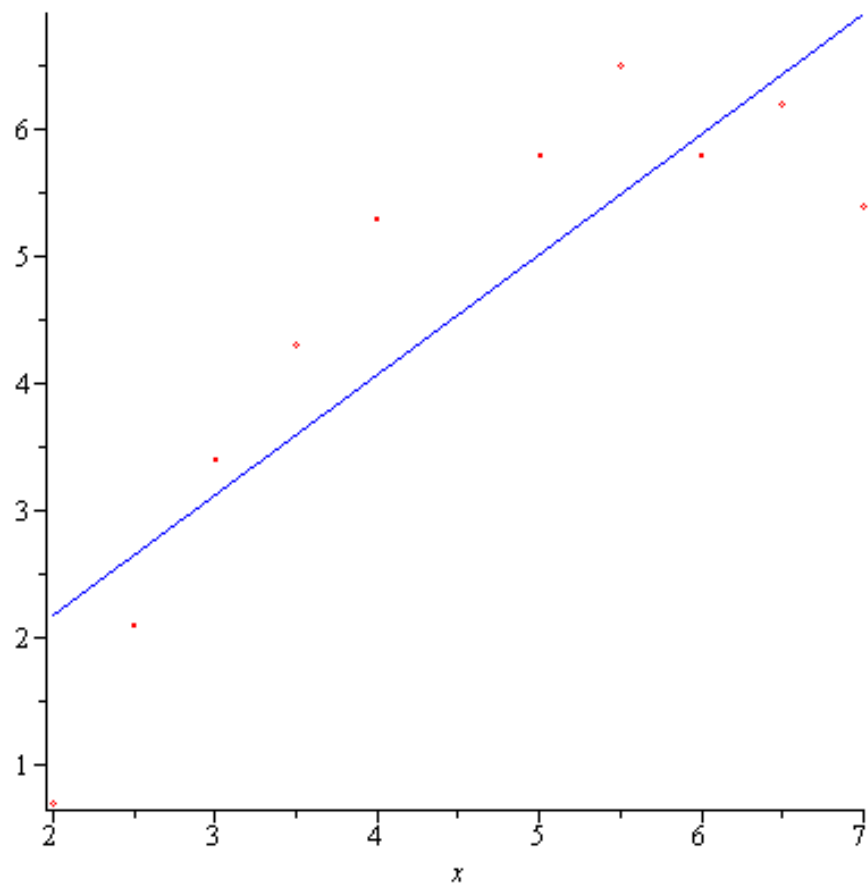


Polynom 1. stupně.

```
> p1:=LeastSquares(data,x);
```

```
p1 := 0.295454545454545 + 0.945454545454546x
```

```
> plot({p1,data},x=2..7,style=[line,point],color=[blue,red],  
thickness=[1,2]);
```



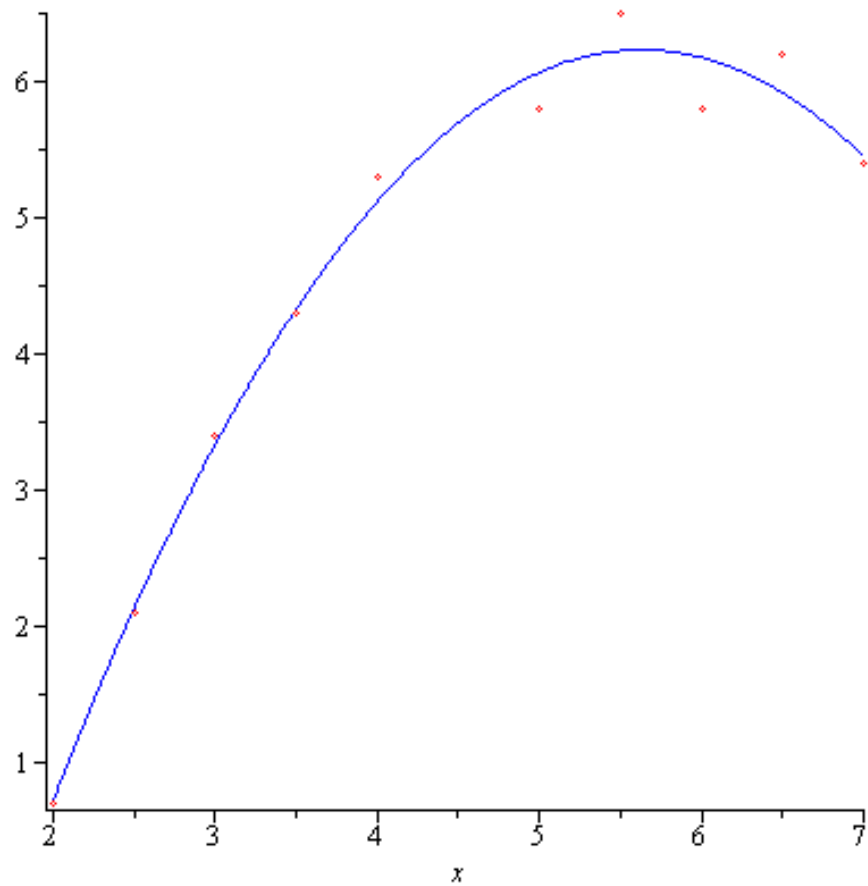
Polynom 2. stupně.

```
> p2:=LeastSquares(data,x,curve=a*x^2+b*x+c);
```

```
p2 := -7.01336898395722 + 4.70427807486631x
```

```
      - 0.417647058823529x2
```

```
> plot({p2,data},x=2..7,style=[line,point],color=[blue,red],
thickness=[1,2]);
```



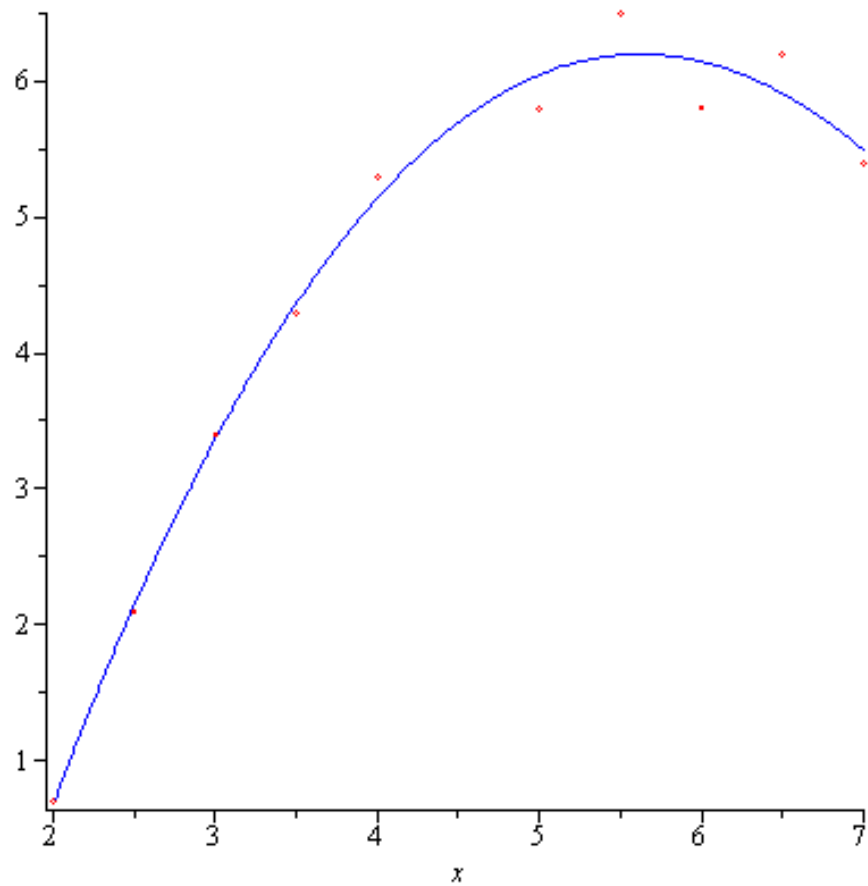
Polynom 3. stupně.

```
> p3:=LeastSquares(data,x,curve=a*x^3+b*x^2+c*x+d);
```

```
p3 := -7.67630604689428 + 5.22921979980803x
```

```
      - 0.543521184697654x2 + 0.00932400932400925x3
```

```
> plot({p3,data},x=2..7,style=[line,point],color=[blue,red],
thickness=[1,2]);
```

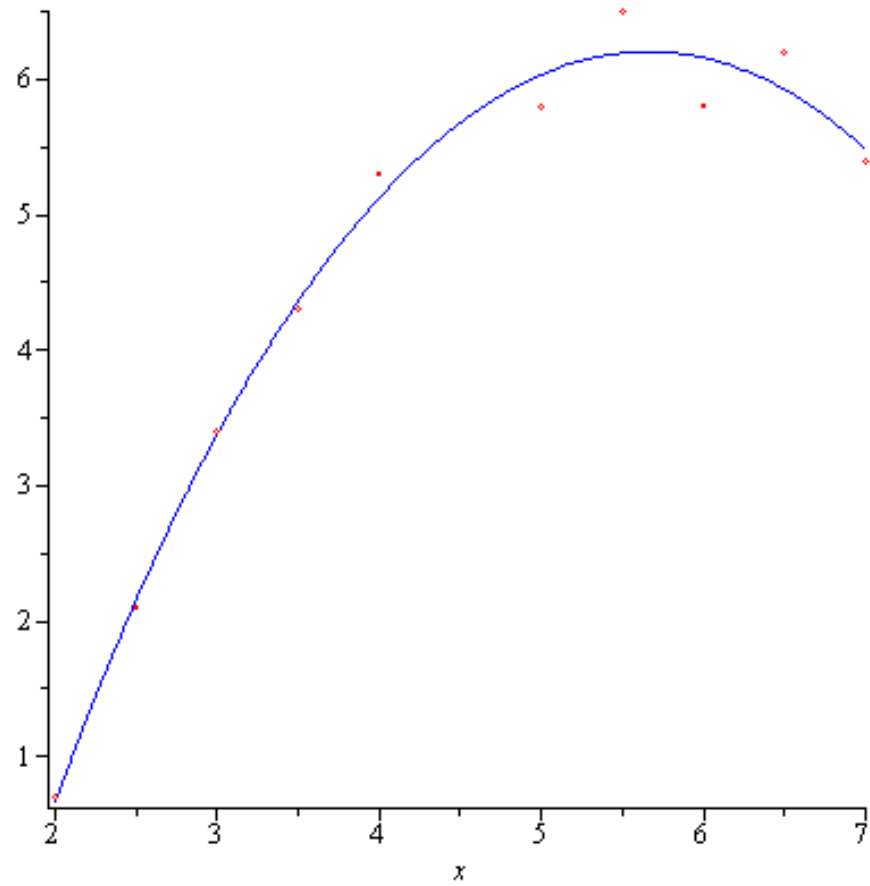


Polynom 4. stupně.

```
> p4:=LeastSquares(data,x,curve=a*x^4+b*x^3+c*x^2+d*x+e);
```

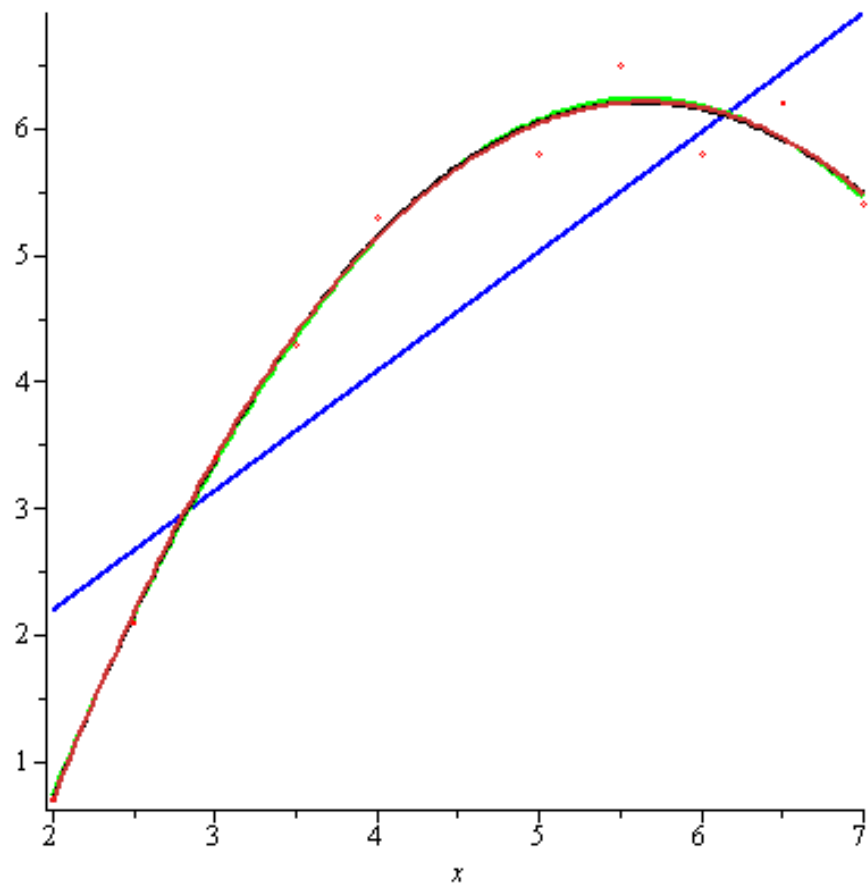
```
p4 := -8.63397721159969 + 6.26129313576878x  
      - 0.931510098293359x2 + 0.0700604756548882x3  
      - 0.00337424812949327x4
```

```
> plot({p4,data},x=2..7,style=[line,point],color=[blue,red],  
thickness=[1,2]);
```



>

```
plot({p1,p2,p3,p4,data},x=2..7,style=[line,line,line,line,point],  
color=[blue,green,black,orange,red], thickness=[2,2,2,2,3]);
```



Př. 2 Aproximujte funkci f polynomem 2. stupně pomocí metody nejmenších čtverců.

x	-1	0	1	3	4
y	3	2	2	6	7

```
> data1 := [[-1, 3], [0, 2], [1, 2], [3, 6], [4, 7]];
      data1 := [[-1, 3], [0, 2], [1, 2], [3, 6], [4, 7]]
> LeastSquares(data1, x, curve = a*x^2 + b*x + c);
       $\frac{49}{22} - \frac{3}{22}x + \frac{4}{11}x^2$ 
```

Př. 3 Aproximujte funkci f polynomem 2. stupně pomocí metody nejmenších čtverců. Nakreslete zadaná data a aproximační polynom do jednoho obrázku.

x	0	0.25	0.5	0.75	1
y	1	1.284	1.6487	2.117	2.7183

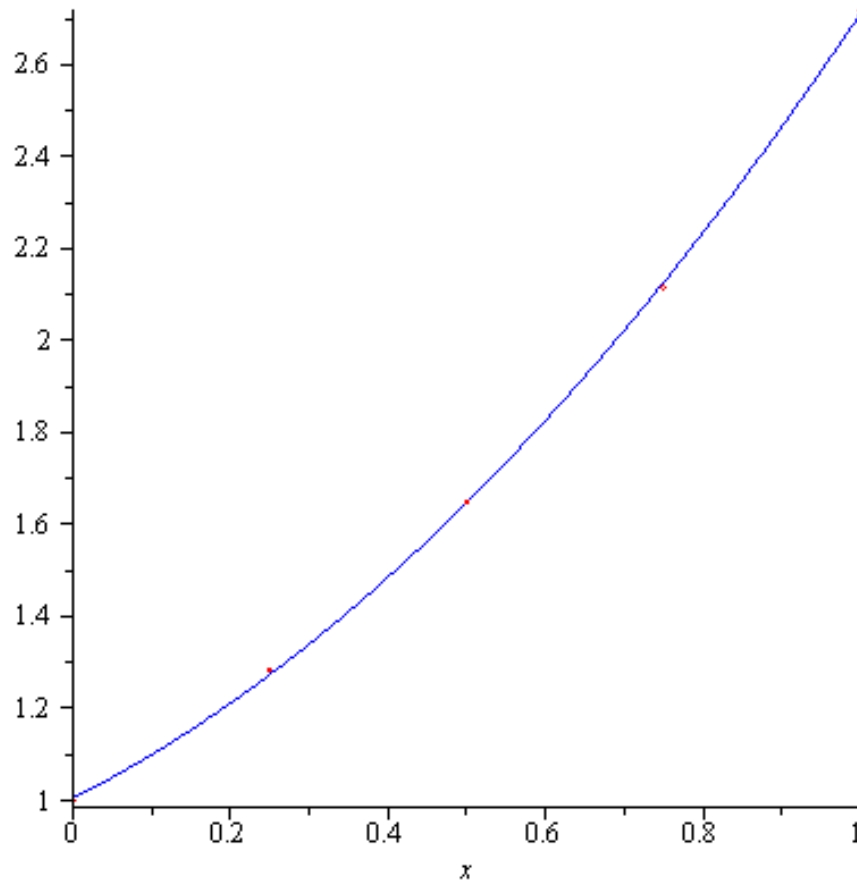
```
>
data2 := [[0, 1], [0.25, 1.284], [0.5, 1.6487], [0.75, 2.117], [1, 2.7183]];
```

```
data2 := [[0, 1], [0.25, 1.284], [0.5, 1.6487], [0.75, 2.117], [1,
2.7183]]
```

```
> p:=LeastSquares (data2, x, curve=a*x^2+b*x+c) ;
```

```
p := 1.00513714285714 + 0.864182857142860x
+ 0.843657142857141x^2
```

```
> plot({p,data2},x=0..1,style=[line,point],color=[blue,red],
thickness=[1,2]) ;
```



Př. 4 Aproximujte data z tabulky různými funkcemi.

a) $\varphi(x) = a + be^{-x}$,

b) $\varphi(x) = ax$,

c) $\varphi(x) = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$,

d) $\varphi(x) = a + bx + c\sqrt{x}$,

e) $\varphi(x) = a + be^x + ce^{2x}$.

Pokud si necháme vykreslit zadaná data, bude zřejmé, že některé funkce se na jejich aproximaci nehodí.

```
> restart:
```

```
> with(CurveFitting):with(plots):
```

```
>
```

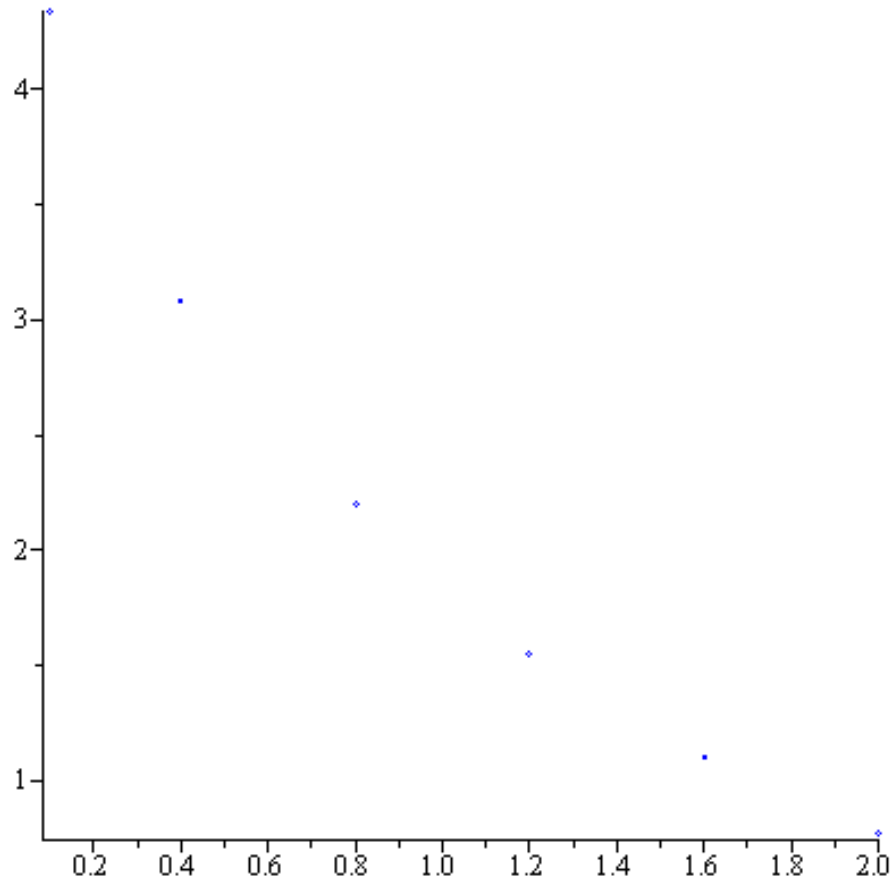
```
data1:= [[0.1, 4.34], [0.4, 3.08], [0.8, 2.2], [1.2, 1.55], [1.6, 1.1], [2, 0
```



```
.77]];
```

```
data1 := [[0.1, 4.34], [0.4, 3.08], [0.8, 2.2], [1.2, 1.55], [1.6, 1.1], [2,  
0.77]]
```

```
> pointplot(data1,color=blue);
```



```
> LeastSquares(data1,x,curve=a+b*exp(-x));  
0.1606466059 + 4.534929568 e-1.x
```

```
> LeastSquares(data1,x);  
3.99410862619808 - 1.79092651757188x
```

```
> LeastSquares(data1,x,curve=a+b/(x+1)+c/(x+1)^2);  
-1.29075147895768 -  $\frac{0.0934807995601772}{(x+1)^2}$   
+  $\frac{6.26057069670162}{x+1}$ .
```

```
> LeastSquares(data1,x,curve=a+b*x+c*sqrt(x));  
5.787984155 + 0.9228915489x - 4.862780056  $\sqrt{x}$ 
```

```
> LeastSquares(data1,x,curve=a+b*exp(x)+c*exp(2*x));  
5.504240674 - 1.627665776 ex + 0.1355286654 e2.x
```

```
>
```