PRAVDĚPODOBNOST A STATISTIKA

Pravděpodobnost-2.část

Katedra kvantitativních metod FVL UO Brno

4. PŘEDNÁŠKA

Motivace

- $P(A)$ ... numerické ohodnocení možnosti nastoupení jevu A při provádění daného náhodného pokusu
- Po provedení pokusu máme k dispozici nějakou doplňující informaci (např. jev B) o výsledku sledovaného pokusu.
- Lze této informace využít? Obecně ano! $\Longrightarrow$
- $P(A|B)$ ... numerické ohodnocení možnosti nastoupení sledovaného jevu A za této doplňující informace B

Motivace

- $P(A)$ ... numerické ohodnocení možnosti nastoupení jevu A při provádění daného náhodného pokusu
- Po provedení pokusu máme k dispozici nějakou doplňující informaci (např. jev B) o výsledku sledovaného pokusu.
- Lze této informace využít? Obecně ano! $\Longrightarrow$
- $P(A|B)$ ... numerické ohodnocení možnosti nastoupení sledovaného jevu A za této doplňující informace B

Motivace

- $P(A)$ ... numerické ohodnocení možnosti nastoupení jevu A při provádění daného náhodného pokusu
- Po provedení pokusu máme k dispozici nějakou doplňující informaci (např. jev B) o výsledku sledovaného pokusu.
- Lze této informace využít? Obecně ano! $\Longrightarrow$
- $P(A|B)$ ... numerické ohodnocení možnosti nastoupení sledovaného jevu A za této doplňující informace B

Motivace

- $P(A)$ ... numerické ohodnocení možnosti nastoupení jevu A při provádění daného náhodného pokusu
- Po provedení pokusu máme k dispozici nějakou doplňující informaci (např. jev B) o výsledku sledovaného pokusu.
- Lze této informace využít? Obecně ano! $\Longrightarrow$
- $P(A|B)$ ... numerické ohodnocení možnosti nastoupení sledovaného jevu A za této doplňující informace B

Podmíněná pravděpodobnost

Nechť $P(A)$ je pravděpodobnost jevu A při daném systému podmínek. Připojíme-li k tomuto systému další podmínku, tj. nastoupení jevu B, hovoříme o *podmíněné pravděpodobnosti* jevu A za předpokladu, že nastal jev B.

Definice

Podmíněnou pravděpodobnost $P(A|B)$ definujeme vztahem:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) \neq 0.$$

Podmíněná pravděpodobnost

Nechť $P(A)$ je pravděpodobnost jevu A při daném systému podmínek. Připojíme-li k tomuto systému další podmínku, tj. nastoupení jevu B, hovoříme o *podmíněné pravděpodobnosti* jevu A za předpokladu, že nastal jev B.

Definice

Podmíněnou pravděpodobnost $P(A|B)$ definujeme vztahem:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) \neq 0.$$

Příklad 1

Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami padly 2 pětky, je-li známo, že součet ok je dělitelný pěti?

- jev A ... padnou 2 pětky
- jev B ... součet je dělitelný 5
  (1+4, 4+1, 2+3, 3+2, 4+6, 6+4, 5+5)

Příklad 1

Jaká je pravděpodobnost, že při hodu dvěma kostkami padly 2 pětky, je-li známo, že součet ok je dělitelný pěti?

- jev A . . . padnou 2 pětky
- jev B . . . součet je dělitelný 5
  (1+4, 4+1, 2+3, 3+2, 4+6, 6+4, 5+5)

Příklad 1

- $$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$
- $$P(B) = \frac{7}{36}$$
- $$P(A/B) = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{7}{36}} = \frac{1}{7}$$

Příklad 1

- $$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$
- $$P(B) = \frac{7}{36}$$
- $$P(A/B) = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{7}{36}} = \frac{1}{7}$$

Příklad 1

- $$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$
- $$P(B) = \frac{7}{36}$$
- $$P(A/B) = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{7}{36}} = \frac{1}{7}$$

Pravidlo o násobení pravděpodobností

Z předchozí definice vyjádříme

$$P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B) = P(B/A) \cdot P(A).$$

Pravidlo o násobení pravděpodobností lze rozšířit na i na průnik s jevů $A_1, A_2, \ldots, A_s$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_s) = P(A_1)P(A_2|A_1) \cdots P(A_s|A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{s-1}).$$

Pro 3 jevy platí

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/A \cap B).$$

Pravidlo o násobení pravděpodobností

Z předchozí definice vyjádříme

$$P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B) = P(B/A) \cdot P(A).$$

Pravidlo o násobení pravděpodobností lze rozšířit na i na průnik s jevů $A_1, A_2, \ldots, A_s$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_s) = P(A_1)P(A_2|A_1) \cdots P(A_s|A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{s-1}).$$

Pro 3 jevy platí

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/A \cap B).$$

Příklad 2

První dělník vyrobí denně 60 výrobků, z toho 10 % zmetků. Druhý dělník vyrobí denně 40 výrobků, z toho 5 % zmetků. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný výrobek je zmetek a pochází od prvního resp. druhého dělníka?

Příklad 2

- jev A_1 ... výrobek pochází od 1. dělníka

$$P(A_1) = \frac{60}{100} = \frac{6}{10} = 0{,}6$$

- jev A_2 ... výrobek pochází od 2. dělníka

$$P(A_2) = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

- jev B ... výrobek je zmetek

$$P(B) = \frac{6+2}{100} = \frac{8}{100} = 0{,}08$$

Příklad 2

- jev A_1 ... výrobek pochází od 1. dělníka

$$P(A_1) = \frac{60}{100} = \frac{6}{10} = 0{,}6$$

- jev A_2 ... výrobek pochází od 2. dělníka

$$P(A_2) = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

- jev B ... výrobek je zmetek

$$P(B) = \frac{6+2}{100} = \frac{8}{100} = 0{,}08$$

Příklad 2

- jev A_1 . . . výrobek pochází od 1. dělníka

$$P(A_1) = \frac{60}{100} = \frac{6}{10} = 0{,}6$$

- jev A_2 . . . výrobek pochází od 2. dělníka

$$P(A_2) = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

- jev B . . . výrobek je zmetek

$$P(B) = \frac{6+2}{100} = \frac{8}{100} = 0{,}08$$

Příklad 2

- Výrobek je zmetek a pochází od 1. dělníka

$$P(A_1 \cap B) = ?$$

- Výrobek je zmetek, za podmínky, že je od 1. dělníka

$$P(B/A_1) = 0{,}1$$

-

$$P(A_1 \cap B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) = 0{,}6 \cdot 0{,}1 = 0{,}06$$

Příklad 2

- Výrobek je zmetek a pochází od 1. dělníka

$$P(A_1 \cap B) = ?$$

- Výrobek je zmetek, za podmínky, že je od 1. dělníka

$$P(B/A_1) = 0{,}1$$

-

$$P(A_1 \cap B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) = 0{,}6 \cdot 0{,}1 = 0{,}06$$

Příklad 2

- Výrobek je zmetek a pochází od 1. dělníka

$$P(A_1 \cap B) = ?$$

- Výrobek je zmetek, za podmínky, že je od 1. dělníka

$$P(B/A_1) = 0{,}1$$

- $$P(A_1 \cap B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) = 0{,}6 \cdot 0{,}1 = 0{,}06$$

Příklad 2

- Výrobek je zmetek a pochází od 2. dělníka

$$P(A_2 \cap B) =?$$

- Výrobek je zmetek, za podmínky, že je od 2. dělníka

$$P(B/A_2) = 0{,}05$$

-

$$P(A_2 \cap B) = P(A_2) \cdot P(B/A_2) = 0{,}4 \cdot 0{,}05 = 0{,}02$$

Příklad 2

- Výrobek je zmetek a pochází od 2. dělníka

$$P(A_2 \cap B) = ?$$

- Výrobek je zmetek, za podmínky, že je od 2. dělníka

$$P(B/A_2) = 0{,}05$$

- $$P(A_2 \cap B) = P(A_2) \cdot P(B/A_2) = 0{,}4 \cdot 0{,}05 = 0{,}02$$

Příklad 2

- Výrobek je zmetek a pochází od 2. dělníka

$$P(A_2 \cap B) = ?$$

- Výrobek je zmetek, za podmínky, že je od 2. dělníka

$$P(B/A_2) = 0{,}05$$

- $$P(A_2 \cap B) = P(A_2) \cdot P(B/A_2) = 0{,}4 \cdot 0{,}05 = 0{,}02$$

Nezávislé jevy

Jestliže $P(A/B) = P(A)$, říkáme, že jev A je **nezávislý** na jevu B. Nezávislost dvou jevů je oboustranná. Je-li jev A nezávislý na jevu B, pak také jev B je nezávislý na jevu A, tedy $P(B/A) = P(B)$.

Jsou-li jevy A a B nezávislé, pak

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

Daný vztah je nutnou i postačující podmínkou nezávislosti.

Nezávislé jevy

Mějme množinu náhodných jevů $A_i, i = 1, 2, \ldots, n$. U této množiny jevů rozlišujeme nezávislost **párovou** (tj. nezávislost každé dvojice jevů) a nezávislost **vzájemnou**. Jevy nazýváme **vzájemně nezávislé** (dále jen nezávislé), právě když pro libovolnou podmnožinu $\{A_{i1} \cap \cdots \cap A_{ir}\}$ množiny $\{A_1, \ldots, A_n\}$ jevů, $2 \leq r \leq n$, platí

$$P(A_{i1} \cap \cdots \cap A_{ir}) = P(A_{i1}) \cdots P(A_{ir}).$$

Tento vztah musí platit pro všechny dvojice, trojice, atd. až n-tice náhodných jevů $A_1, \ldots, A_n$. Pro skupinu nezávislých jevů pak platí

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_s) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdots P(A_s).$$

Pravidlo o sčítání pravděpodobností

Pst sjednocení libovolných jevů A a B se rovná

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Obecně pro s libovolných jevů $A_1, A_2, \ldots, A_s$ má *pravidlo o sčítání pravděpodobností* tvar

$$\begin{aligned} P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_s) &= \sum_{i=1}^{s} P(A_i) - \sum \sum P(A_i \cap A_j) + \\ &+ \sum \sum \sum P(A_i \cap A_j \cap A_k) + \cdots + \\ &+ (-1)^{s-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_s) \end{aligned}$$

Pravidlo o sčítání pravděpodobností

Pst sjednocení libovolných jevů A a B se rovná

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Obecně pro s libovolných jevů $A_1, A_2, \ldots, A_s$ má *pravidlo o sčítání pravděpodobností* tvar

$$\begin{aligned} P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_s) &= \sum_{i=1}^{s} P(A_i) - \sum\sum P(A_i \cap A_j) + \\ &+ \sum\sum\sum P(A_i \cap A_j \cap A_k) + \cdots + \\ &+ (-1)^{s-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_s) \end{aligned}$$

Například pro $s = 3$ dostáváme

$$\begin{aligned} P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) &= P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1 \cap A_2) - \\ &- P(A_1 \cap A_3) - P(A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3). \end{aligned}$$

Výpočet psti nastoupení alespoň jednoho z jevů $A_1, A_2, \dots, A_s$ lze zjednodušit v následujících dvou případech:

- Pro s **neslučitelných** jevů $A_1, A_2, \dots, A_s$ platí

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_s) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_s).$$

- Pro s **nezávislých** jevů $A_1, A_2, \dots, A_s$ platí

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_s) = 1 - P(\overline{A_1})P(\overline{A_2}) \cdots P(\overline{A_s}).$$

Odvozeno užitím de Morganova pravidla.

Výpočet psti nastoupení alespoň jednoho z jevů $A_1, A_2, \ldots, A_s$ lze zjednodušit v následujících dvou případech:

- Pro s **neslučitelných** jevů $A_1, A_2, \ldots, A_s$ platí

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_s) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_s).$$

- Pro s **nezávislých** jevů $A_1, A_2, \ldots, A_s$ platí

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_s) = 1 - P(\overline{A_1})P(\overline{A_2}) \cdots P(\overline{A_s}).$$

Odvozeno užitím de Morganova pravidla.

Příklad 3

O daném návrhu nezávisle na sobě hlasují 3 osoby označené A, B a C. Osoba A nebude souhlasit s návrhem s pravděpodobností 0,7, osoba B nebude souhlasit s pravděpodobností 0,5 a osoba C s pravděpodobností 0,3. Jaká je pravděpodobnost, že návrh bude zamítnut, jestliže k zamítnutí stačí, aby alespoň jedna osoba nesouhlasila s návrhem?

Příklad 3

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) = {} & P(A) + P(B) + P(C) - \\ & - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + \\ & + P(A \cap B \cap C) = \\ = {} & 0{,}7 + 0{,}5 + 0{,}3 - \\ & - 0{,}7 \cdot 0{,}5 - 0{,}7 \cdot 0{,}3 - 0{,}5 \cdot 0{,}3 + \\ & + 0{,}7 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}895 \end{aligned}$$

nebo

$$P(A \cup B \cup C) = 1 - P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) =$$

$$= 1 - P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) \cdot P(\overline{C}) = 1 - 0{,}3 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}7 = 0{,}895$$

Příklad 3

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) = {} & P(A) + P(B) + P(C) - \\ & - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + \\ & + P(A \cap B \cap C) = \\ = {} & 0{,}7 + 0{,}5 + 0{,}3 - \\ & - 0{,}7 \cdot 0{,}5 - 0{,}7 \cdot 0{,}3 - 0{,}5 \cdot 0{,}3 + \\ & + 0{,}7 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}895 \end{aligned}$$

nebo

$$P(A \cup B \cup C) = 1 - P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) =$$

$$= 1 - P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) \cdot P(\overline{C}) = 1 - 0{,}3 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}7 = 0{,}895$$

Příklad 4

Z úplné sady 32 karet náhodně vybereme 1 kartu. Značí-li jev A, že vytažená karta je zelená, jev B že vytažená karta je eso, určete pravděpodobnost jevů A, B, $A \cap B$, $A \cup B$. Jsou oba jevy nezávislé?

- $$P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$
- $$P(B) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

Příklad 4

Z úplné sady 32 karet náhodně vybereme 1 kartu. Značí-li jev A, že vytažená karta je zelená, jev B že vytažená karta je eso, určete pravděpodobnost jevů A, B, $A \cap B$, $A \cup B$. Jsou oba jevy nezávislé?

- $$P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$
- $$P(B) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

Příklad 4

- $$P(A \cap B) = \frac{1}{32} = P(A)P(B/A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$$
- $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$$
- $$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{32} = P(A \cap B)$$

  Jevy A a B jsou nezávislé.

Příklad 4

- $$P(A \cap B) = \frac{1}{32} = P(A)P(B/A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$$
- $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$$
- $$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{32} = P(A \cap B)$$

  Jevy A a B jsou nezávislé.

Příklad 4

- $$P(A \cap B) = \frac{1}{32} = P(A)P(B/A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$$
- $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$$
- $$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{32} = P(A \cap B)$$

  Jevy A a B jsou nezávislé.

Úplná pravděpodobnost

Definice

Jevy $H_1, H_2, \ldots, H_n$ tvoří úplný systém neslučitelných jevů, jestliže jsou vzájemně neslučitelné a $\bigcup_{i=1}^{n} H_i = \Omega$.

Potom zřejmě platí

$$
\begin{aligned}
P\left(\bigcup_{i=1}^{n} H_i\right) &= P(H_1 \cup H_2 \cup \ldots \cup H_n) = \\
&= P(H_1) + P(H_2) + \cdots + P(H_n) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) = 1.
\end{aligned}
$$

Úplná pravděpodobnost

Definice

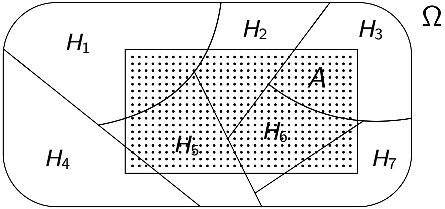
Jevy $H_1, H_2, \ldots, H_n$ tvoří úplný systém neslučitelných jevů, jestliže jsou vzájemně neslučitelné a $\bigcup_{i=1}^{n} H_i = \Omega$.

Potom zřejmě platí

$$
\begin{aligned}
P\left(\bigcup_{i=1}^{n} H_i\right) &= P(H_1 \cup H_2 \cup \ldots \cup H_n) = \\
&= P(H_1) + P(H_2) + \cdots + P(H_n) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) = 1.
\end{aligned}
$$

Úplná pravděpodobnost

Dále se budeme za tohoto předpokladu zajímat o pst jevu A, když známe podmíněné psti $P(A|H_i)$ a psti $P(H_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$.



Úplná pravděpodobnost

Věta

Za uvedených předpokladů je pst jevu A rovna

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i)P(A|H_i).$$

Uvedený vztah nazýváme *formulí úplné pravděpodobnosti* jevu A

Jevy H_i se nazývají *hypotézami* jevu A a o jevech $H_1, H_2, \ldots, H_n$ říkáme, že tvoří *úplný systém hypotéz* jevu A.

Úplná pravděpodobnost

Věta

Za uvedených předpokladů je pst jevu A rovna

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i)P(A|H_i).$$

Uvedený vztah nazýváme *formulí úplné pravděpodobnosti* jevu A

Jevy H_i se nazývají *hypotézami* jevu A a o jevech $H_1, H_2, \dots, H_n$ říkáme, že tvoří *úplný systém hypotéz* jevu A.

Bayesův vzorec

Víme-li, že výsledkem náhodného pokusu je jev A, můžeme stanovit také podmíněné pravděpodobnosti $P(H_i|A)$ hypotéz H_i vzhledem k jevu A pomocí *Bayesova vzorce*

$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{\sum\limits_{j=1}^{n} P(H_j)P(A|H_j)}, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

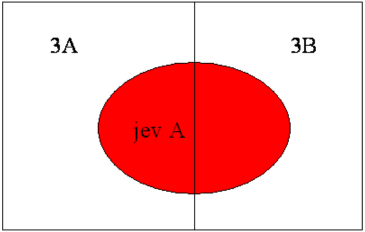
Vztah plyne z věty o násobení pravděpodobností a z formule úplné pravděpodobnosti.

Příklad 5

Na gymnáziu je v 3.A 13 chlapců a 16 děvčat, v 3.B je 14 chlapců a 12 děvčat. Náhodně vybereme v každé třídě po 1 studentovi a z těchto 2 opět náhodně vybereme jednoho. S jakou pravděpodobností to bude chlapec?

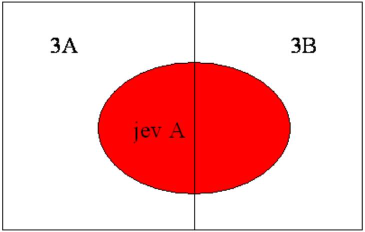
Příklad 5

- jev A . . . je to chlapec
- jev B_1 . . . je z 3.A
- jev B_2 . . . je z 3.B



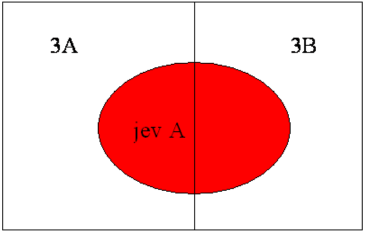
Příklad 5

- jev A . . . je to chlapec
- jev B_1 . . . je z 3.A
- jev B_2 . . . je z 3.B



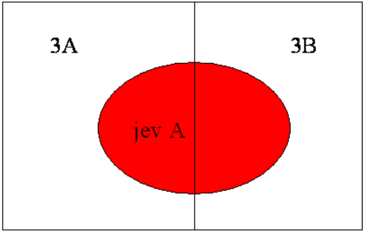
Příklad 5

- jev A . . . je to chlapec
- jev B_1 . . . je z 3.A
- jev B_2 . . . je z 3.B



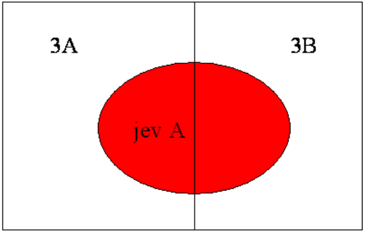
Příklad 5

- $P(B_1) = P(B_2) = \frac{1}{2}$
- $P(A/B_1) = \frac{13}{29}$
- $P(A/B_2) = \frac{14}{26}$



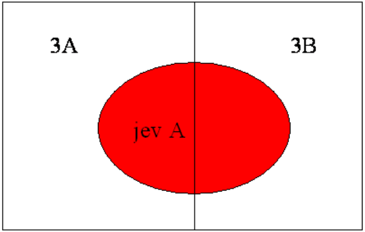
Příklad 5

- $P(B_1) = P(B_2) = \frac{1}{2}$
- $P(A/B_1) = \frac{13}{29}$
- $P(A/B_2) = \frac{14}{26}$



Příklad 5

- $P(B_1) = P(B_2) = \frac{1}{2}$
- $P(A/B_1) = \frac{13}{29}$
- $P(A/B_2) = \frac{14}{26}$



Příklad 5

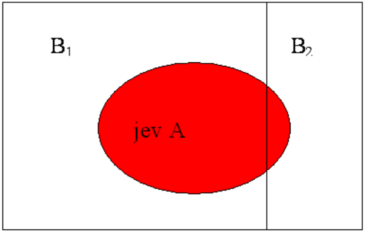
$$P(A) = P(B_1) \cdot P(A/B_1) + P(B_2) \cdot P(A/B_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{13}{29} + \frac{1}{2} \cdot \frac{14}{26} = 0{,}493$$

Příklad 6

Je známo, že 90 % výrobků odpovídá standardu. Byla vypracována zjednodušená kontrolní zkouška, která u standardního výrobku dá kladný výsledek s pravděpodobností 95 %, kdežto u výrobku nestandardního s pravděpodobností 20 %. Jaká je pravděpodobnost, že výrobek, u kterého zkouška proběhla kladně, je standardní?

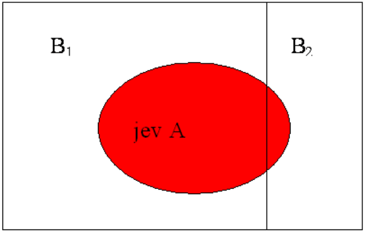
Příklad 6

- jev A ... zkouška výrobku dopadla kladně
- jev B_1 ... výrobek je standardní
- jev B_2 ... výrobek není standardní



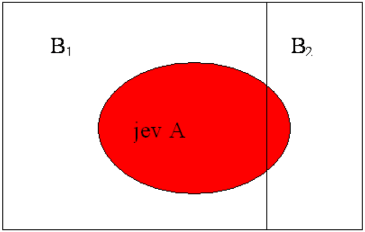
Příklad 6

- jev A ... zkouška výrobku dopadla kladně
- jev B_1 ... výrobek je standardní
- jev B_2 ... výrobek není standardní



Příklad 6

- jev A . . . zkouška výrobku dopadla kladně
- jev B_1 . . . výrobek je standardní
- jev B_2 . . . výrobek není standardní



Příklad 6

- jev A . . . zkouška výrobku dopadla kladně
- jev B_1 . . . výrobek je standardní
- jev B_2 . . . výrobek není standardní

- $P(B_1) = 0{,}9$
- $P(B_2) = 0{,}1$
- $P(A/B_1) = 0{,}95$
- $P(A/B_2) = 0{,}2$

Příklad 6

- jev A . . . zkouška výrobku dopadla kladně
- jev B_1 . . . výrobek je standardní
- jev B_2 . . . výrobek není standardní

- $P(B_1) = 0{,}9$
- $P(B_2) = 0{,}1$
- $P(A/B_1) = 0{,}95$
- $P(A/B_2) = 0{,}2$

Příklad 6

- jev A ... zkouška výrobku dopadla kladně
- jev B_1 ... výrobek je standardní
- jev B_2 ... výrobek není standardní

- $P(B_1) = 0{,}9$
- $P(B_2) = 0{,}1$
- $P(A/B_1) = 0{,}95$
- $P(A/B_2) = 0{,}2$

Příklad 6

- jev A ... zkouška výrobku dopadla kladně
- jev B_1 ... výrobek je standardní
- jev B_2 ... výrobek není standardní

- $P(B_1) = 0{,}9$
- $P(B_2) = 0{,}1$
- $P(A/B_1) = 0{,}95$
- $P(A/B_2) = 0{,}2$

Příklad 6

Pravděpodobnost, že výrobek, u něhož zkouška dala kladný výsledek, je standardní, je rovna

$$P(B_1/A) = \frac{P(B_1) \cdot P(A/B_1)}{P(B_1) \cdot P(A/B_1) + P(B_2) \cdot P(A/B_2)} =$$
$$= \frac{0{,}9 \cdot 0{,}95}{0{,}9 \cdot 0{,}95 + 0{,}1 \cdot 0{,}2} = 0{,}977$$

Základní literatura

- MANN, P.S. Introductory Statistics. 6th edition. Hoboken: Wiley, 2007. ISBN 978-0-471-75530-2.
- MOUČKA, J., RÁDL, P. Matematika pro studenty ekonomie. 1. vyd. Grada 2010. ISBN 978-80-247-3260-2.
- NEUBAUER, J., SEDLAČÍK, M., KŘÍŽ, O. Základy statistiky – Aplikace v technických a ekonomických oborech. Grada 2012.ISBN: 978-80-247-4273-1.
- ŘEZANKOVÁ, H. Analýza dat z dotazníkových šetření. 2. vydání, Professional Publishing, 2010. ISBN: 9788074310195.

Doporučená literatura

- AGRESTI, A. Categorical Data Analysis. Second Edition. Wiley 2002. ISBN: 0-471-36093-7.
- ANDĚL, J. Statistické metody. 3. vydání. Praha: Matfyzpress, 2003. ISBN 80-86732-08-8.
- ANDĚL, J. Základy matematické statistiky. 2. vyd. Praha: Matfyzpress, 2007, 358 s. ISBN 978-80-7378-001-2.
- VÁGNER, M. Integrální počet funkcí jedné proměnné. 1. vydání. Brno: UO, 2005,126 s. ISBN 80-7231-025-9.
- VÁGNER, M., KAŠTÁNKOVÁ, V. Posloupnosti a řady. 1. vydání. Brno: UO, 2006. ISBN 80-7231-131-X.