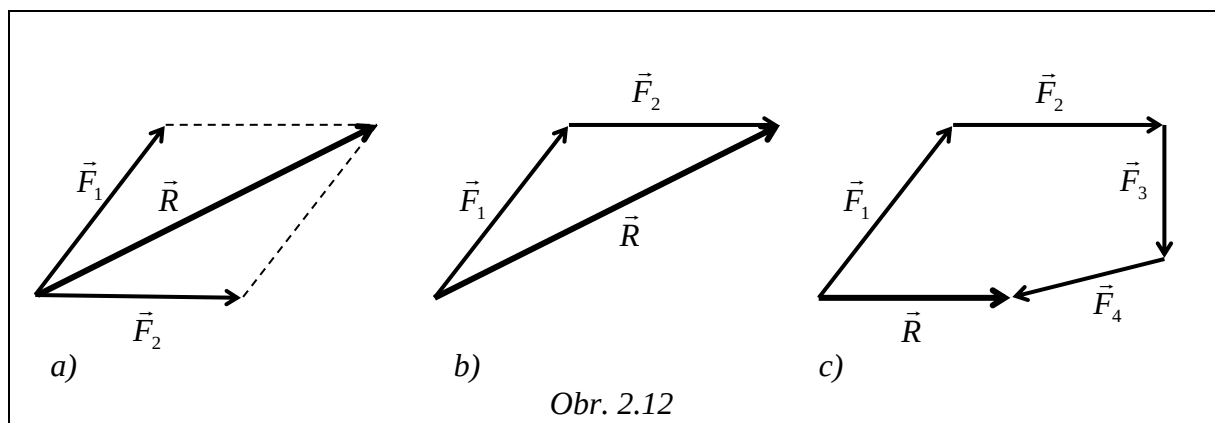


Dynamika

Dynamika studuje pohyb těles v souvislosti s jeho příčinami. Ze zkušenosti vyplývá, že příčinou změn pohybového stavu těles je jejich vzájemné působení (interakce). Vzájemné působení těles charakterizujeme fyzikální veličinou, která se nazývá **síla**. Síla tedy nemůže existovat samostatně, nezávisle na hmotných objektech

Ze zkušenosti víme, že síly jsou vektory. Při vyšetřování působení síly na těleso je třeba znát nejen velikost a orientovaný směr působící síly, ale také působíště síly, tj. bod, ve kterém síla působí. Pokud budeme sledovat pohyb tělesa, které můžeme považovat za hmotný bod, působí síly v jednom společném působíšti, které splývá s okamžitou polohou hmotného bodu. Říkáme, že síla, působící na hmotný bod je vektor vázaný na bod. V tuhém tělese je síla vektorem vázaným na přímku, protože působíště síly můžeme v její přímce libovolně posunout beze změny účinku působící síly. Z experimentů plyne, že síly můžeme skládat (nebo rozkládat) podle věty o rovnoběžníku (trojúhelníku) sil. Tato věta je vlastně pravidlo o sčítání vektorů, použité na silové působení.



Působí-li tedy na hmotný bod dvě síly $\vec{F}_1, \vec{F}_2$, můžeme je nahradit jedinou silou $\vec{R}$. Tato síla $\vec{R}$ je nazývána výslednice a síly $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ jsou její složky. Působí-li na hmotný bod více sil, vytvoříme při skládání silový mnohoúhelník (obr. 2.12 c). Výslednice je určena orientovanou úsečkou, která tento mnohoúhelník uzavírá. Píšeme

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i .$$

Jestliže po složení všech sil dojdeme do bodu, z něhož jsme vyšli, je výsledná síla $\vec{R}$ rovna nule. V tomto případě mluvíme o rovnováze sil. Vzájemné působení těles se může realizovat buď při jejich vzájemném dotyku, nebo prostřednictvím fyzikálních polí. Jestliže na určitou částici působí silou nějaké fyzikální pole, pak tato částice stejný druh silového pole vytváří. Např. libovolná hmotná částice vytváří ve svém okolí gravitační pole a zároveň je podrobena silovým účinkům gravitačního pole, např. pole Země. Stejně je tomu s elektrickým nábojem. Takto lze vzájemné působení vyjádřit pomocí schématu částice - pole - částice. Částice vytváří pole a toto pole působí na jinou částici.

Na základě současných poznatků předpokládáme, že existují čtyři základní typy vzájemného působení (interakce) a tedy čtyři základní typy sil: gravitační síly, elektromagnetické síly, síly při silné interakci a síly při slabé interakci. Uvedeme je v pořadí podle velikosti sil. Mocnina udává relativní mohutnost vzhledem k silné interakci.

1) **Silná interakce** (10^0)

se uplatňuje mezi nukleony (tj. protony a neutrony) v jádrech atomů. Je nejsilnější ze všech dosud známých interakcí. Síly při této interakci mají velmi krátký dosah, působí jen na velmi malou vzdálenost (řádově $10^{-15} m$).

2) **Elektromagnetická interakce** (10^{-2})

probíhá mezi všemi elektricky nabitými objekty. Uplatňuje se v makroskopických i v mikroskopických rozměrech, udržuje elektrony v elektronovém obalu jádra, spojuje atomy v molekulách a krystalech. Rozhodujícím způsobem se uplatňuje v chemických a biologických dějích.

3) *Slabá interakce* (10^{-5})

se projevuje při vzájemném působení některých elementárních částic. Síly při tomto působení mají velmi krátký dosah.

4) *Gravitační interakce* (10^{-38})

je nejslabší mezi všemi interakcemi. Gravitační síly mezi dvěma částicemi jsou úměrné hmotnostem obou částic a klesají s rostoucí vzdáleností mezi nimi. Tato interakce se realizuje pomocí gravitačního pole. Gravitační síly se uplatňují v kosmickém prostoru, kde je gravitační pole vytvářeno tělesy s velkou hmotností. V atomových rozměrech jsou zanedbatelné vzhledem k elektromagnetickým silám a v rozsahu atomových jader je zcela překrývají síly jaderné (silná interakce).

Pohybové zákony

Dynamika (obecně můžeme říci klasická mechanika) je založena na třech Newtonových pohybových zákonech.

1. První pohybový zákon – *zákon setrvačnosti*.

Ze zkušenosti známe tyto jevy: těleso na vodorovné podložce, které je v klidu (např. vzhledem k Zemi) zůstane v klidu, pokud na ně nepůsobíme silou. Těleso, které jsme uvedli do pohybu a potom přerušili silové působení, se však za určitou dobu zastaví. Přitom pozorujeme, že doba, za kterou těleso zastaví, souvisí s odpory proti pohybu (tření, odpor vzduchu) a že ji tedy můžeme prodloužit změnou těchto vnějších podmínek pohybu. V mezním případě, při úplném odstranění odporů proti pohybu, by se těleso zřejmě pohybovalo původní rychlostí stále. Tato myšlenka (pochází od Galilea) tvoří základ zákona setrvačnosti:

Každé těleso setrvává ve stavu klidu nebo pohybu rovnoměrného přímočarého, není-li vnějšími silami nuceno tento pohybový stav změnit.

Zákon setrvačnosti nelze experimentálně přímo ověřit, protože v žádném případě nelze zcela vyloučit vliv jiných těles. Obsah 1. Newtonova pohybového zákona můžeme vyjádřit též takto: *je-li těleso v klidu nebo se pohybuje rovnoměrně přímočaře, je výslednice všech vnějších sil, které působí na těleso, rovna nule.*

Jak vyplývá ze zákona setrvačnosti, jsou klid a přímočarý rovnoměrný pohyb rovnocenné pohybové stavy. S těmito pohybovými stavy je spojena základní vlastnost všech hmotných objektů, zvaná **setrvačnost**. Název setrvačnost tedy označujeme tu vlastnost těles, že bez působení ostatních těles (nebo polí) nemění svoji rychlost. Čím má těleso větší hmotnost, tím více se u něho projevuje vlastnost setrvačovat v původním pohybovém stavu. Hmotnost tělesa je tedy mírou jeho setrvačnosti.

Víme, že pohyb i klid jsou vždy relativní. Mluvíme-li tedy o klidu nebo rovnoměrném přímočarém pohybu, je třeba uvést souřadnou soustavu, vzhledem k níž tento pohybový stav vztahujeme. Soustava, v níž platí zákon setrvačnosti se nazývá **inerciální** a první Newtonův zákon existenci takové soustavy předpokládá.

V soustavách, které se pohybují se zrychlením pozorujeme změnu pohybového stavu těles bez působení vnějších sil. Takové soustavy se nazývají **neinerciální**. Pohybem v neinerciálních soustavách se podrobněji budeme zabývat v kapitole 2.5.

2. Druhý pohybový zákon- *zákon síly*.

Z 1. Newtonova zákona vyplývá, že jenom silové působení může změnit pohybový stav těles. Změna pohybového stavu znamená, že těleso přestane být ve stavu klidu nebo rovnoměrného přímočarého pohybu. Mění se tedy jeho rychlost, těleso se pohybuje se zrychlením. Silové působení se tedy projevuje zrychlením tělesa.

Jestliže budeme na určité těleso působit různými silami, zjistíme, že se mění i jeho zrychlení a platí

$$\vec{a} = k' \vec{F},$$

kde k' je konstanta úměrnosti. Zrychlení má tedy stejný směr jako působící síla a velikost zrychlení je přímo úměrná působící síle. Uvedený vztah umožňuje srovnávat síly, působící na

dané těleso podle zrychlení, které mu udělují. Síly, které udělují těmuž tělesu stejná zrychlení, jsou stejné.

Zrychlení, které síla tělesu uděluje, nezávisí pouze na působící síle. Experimentálně zjistíme, že stejná síla uděluje různým tělesům různá zrychlení. Získané zrychlení závisí tedy i na určité vlastnosti samotných těles. Objektivní vlastnost všech těles, která se projevuje tím, že při stejném silovém působení nabývají různých zrychlení, charakterizujeme fyzikální veličinou, která se nazývá hmotnost. Čím menší zrychlení získá těleso působením dané síly, tím je jeho hmotnost větší. Hmotnost m je skalární veličina, která je mírou setrvačnosti tělesa. V klasické (nerelativistické) mechanice je hmotnost daného tělesa konstantní, nezávislá na pohybu tělesa.

Na základě uvedených výsledků můžeme sestavit kvantitativní vztah mezi silou a jejím účinkem – zrychlením

$$\vec{a} = k \frac{\vec{F}}{m}.$$

Konstanta k závisí na volbě jednotek. V soustavě jednotek SI volíme $k = 1$ a vztah můžeme uvést ve známém tvaru

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}. \quad (2.25)$$

Jednotkou síly je síla, která tělesu hmotnosti 1kg uděluje zrychlení 1m.s^{-2} . Nazývá se newton (značka N).

$$[F] = \text{kg.m.s}^{-2} = N.$$

Slovy můžeme 2. Newtonův pohybový zákon vyjádřit:

Síla, působící na těleso, se rovná součinu hmotnosti tělesa a zrychlení, jež mu uděluje.

V případě, že na těleso působí současně několik sil $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, je výsledné zrychlení tělesa

$$\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i = \sum_{i=1}^n \frac{\vec{F}_i}{m} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (2.26)$$

Výsledné zrychlení je tedy rovno vektorovému součtu zrychlení, které udělují tělesu uvedené síly, každá samostatně. Ze vztahu (2.26) plyne:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a}, \quad (2.27)$$

kde $\vec{F}$ je výslednice sil, působících na těleso. Účinek všech sil $\vec{F}_i$ je tedy stejný jako účinek jediné síly $\vec{F}$ - jejich výslednice.

Z (2.25) plyne, že při $\vec{F} = \vec{0}$ je $\vec{a} = \vec{0}$ a těleso se pohybuje rovnoměrně přímočaře. Zdá se tedy, že 1. Newtonův zákon je pouze zvláštním případem 2. Newtonova zákona. Přesto se zákon setrvačnosti formuluje nezávisle na zákonu síly, protože obsahuje tvrzení o existenci inerciální soustavy. *Skutečný fyzikální význam principu setrvačnosti je obsažen ve formulaci:*

Existuje inerciální vztahná soustava.

Newton zavedl jako vektorovou míru pohybového stavu vektor $\vec{p}$:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}} \quad [p] = \text{kg.m.s}^{-1}.$$

Tento vektor, jehož směr je totožný se směrem rychlosti se nazývá **hybnost**. Představuje důležitou dynamickou charakteristiku tělesa.

Pomocí vektoru $\vec{p}$ vyjádřil Newton zákon síly obecnějším vztahem než je (2.25) a to ve tvaru

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}}. \quad (2.28)$$

Slovy:

Časová změna hybnosti se rovná působící síle a má s ní stejný směr a orientaci.

V klasické (Newtonově) mechanice se považuje hmotnost tělesa za veličinu konstantní, nezávislou na pohybovém stavu, takže

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}.$$

Získali jsme tak opět vztah (2.25). Předpoklad $m = konst.$ je však oprávněný jen tehdy, jsou-li rychlosti těles velmi malé ve srovnání s rychlostí světla.

Zákon síly vyjádřený vztahem (2.28) je obecnější než $\vec{F} = m\vec{a}$, protože platí i v případě časově proměnné hmotnosti a je tedy použitelný i v teorii relativity.

Příklady sil

1. Gravitační síla (F_g),

kterou na sebe působí dva libovolné hmotné body o hmotnostech m_1, m_2 , které jsou od sebe ve vzdálenosti r , je určena Newtonovým gravitačním zákonem

$$F_g = \kappa \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

kde κ je gravitační konstanta ($\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$).

2. Tíhová síla ($\vec{G}$)

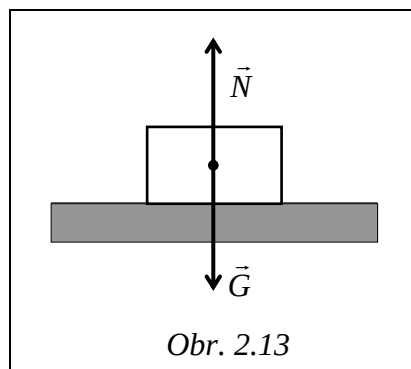
je nejdůležitější silou v mechanice, protože působí na všechna tělesa. Je to síla, kterou je těleso přitahováno k Zemi v souřadné soustavě, spojené s povrchem Země. Tíha uděluje při volném pádu ve vakuu v daném místě na povrchu Země všem tělesům stejné zrychlení $a = g$, které se nazývá tíhové zrychlení. Podle 2. Newtonova platí pro tíhovou sílu $\vec{G}$

$$\vec{G} = m\vec{g}.$$

Směr síly $\vec{G}$ představuje svislý směr v daném místě. Tíhová síla se mění jako tíhové zrychlení, tj. se zeměpisnou šířkou a nadmořskou výškou. Tíhová síla je převážně způsobena gravitačním působením mezi tělesem a Zemí. Vztahem mezi tíhovou a gravitační silou se budeme zabývat v kapitole 2.5.

3. Reakce od podložky ($\vec{N}$)

je síla, kterou působí podložka na těleso na ní ležící. Je vždy kolmá na podložku a v případě vodorovné podložky je stejně velká jako tíhová síla ($N = G$) (obr. 2.13).



Obr. 2.13

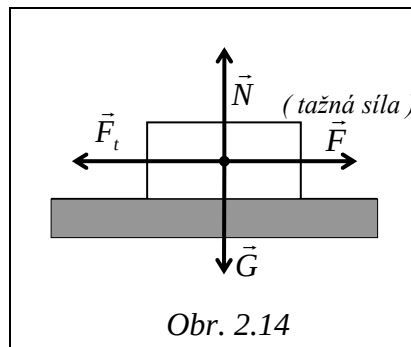
4. Tření

Každý skutečný pohyb na Zemi je vždy doprovázen třením. Tření se projevuje silou, která působí proti pohybu. Častým případem je tření vlečné, které vzniká na stykové ploše těles při jejich vzájemném posuvném pohybu jako důsledek makroskopické i mikroskopické drsnosti povrchu těles. Síla tření F_t , působící na těleso, je úměrná velikosti normálové složky síly, kterou jsou obě tělesa k sobě přitlačována (obr. 2.14).

Z měření dále vyplývá, že síla tření nezávisí na velikosti styčné plochy a do určité míry ani na rychlosti vzájemného posuvu obou těles. Pro třecí sílu F_t platí

$$F_t = kN, \quad (2.29)$$

kde $k < 1$ je součinitel vlečného tření. Závisí na látkách obou těles a jakosti styčných ploch těles (tzn. na jejich hladkosti nebo drsnosti). Síla tření existuje i při relativním klidu těles. Představme si, že na těleso, ležící v klidu na vodorovné rovině působíme ve vodorovném směru silou F . Těleso se nedá do pohybu hned, ale až po dosažení určité hodnoty F_0 tažné síly. Musí tedy v intervalu sil $0 < F < F_0$ existovat síla tření, namí-



Obr. 2.14

řená opačným směrem a rostoucí od nuly současně s F až do hodnoty $F_{to} = F_o$. I v tomto případě platí vztah podobný vztahu (2.29)

$$F_{to} = k_o \cdot N ,$$

kde k_o je statický součinitel vlečného tření, který je vždy větší než příslušný součinitel za pohybu ($k_o > k$).

5. Zvláštním případem tření je **odpor, který klade prostředí** pohybujícímu se tělesu. Pokud můžeme pohybující se těleso považovat za hmotný bod, působí tato síla, kterou nazýváme odpor prostředí (F_o), přesně proti pohybu. Působící síla je silně závislá na rychlosti a její velikost můžeme vyjádřit

$$F_o = av + bv^2 ,$$

kde a, b jsou veličiny, závislé na tvaru a velikosti tělesa a vlastnostech prostředí. Při malých rychlostech převažuje první člen, při vyšších rychlostech druhý. Tvar tělesa má na odpor prostředí velký vliv a může způsobit, že síla $\vec{F}_o$ neleží ve směru pohybu. Při pohybu kuličky o malém poloměru r v kapalině, jejíž dynamická viskozita je η , platí pro odpor prostředí Stokesův vztah

$$F_o = 6\pi\eta r v .$$

6. Pružná (elastická) síla.

Při pružných deformacích těles vzniká síla, která míří k rovnovážné poloze a je úměrná deformaci. Taková síla způsobuje harmonický kmitavý pohyb. Platí pro ni

$$F = -kx ,$$

kde x je výchylka z rovnovážné polohy.

Časový účinek síly, impuls a hybnost.

Působíme-li na těleso silou, dojde ke změně jeho pohybového stavu. Velikost této změny plyne z 2. Newtonova pohybového zákona, ale můžeme ji také kvantitativně posuzovat dvojím způsobem: buď podle doby, po kterou síla působila (časový účinek síly), nebo podle dráhy, na níž síla na těleso působila (dráhový účinek síly). Výsledek silového působení plyne v obou případech z 2. Newtonova pohybového zákona, ale toto dvojí posuzování silového působení vede k novým, velmi užitečným fyzikálním pojmům, které usnadňují popis a výklad mnoha reálných dějů. Tímto způsobem sice nezískáme úplný popis pohybu, který plyne z pohybových rovnic, v mnoha případech je však tento přístup postačující. Nejprve si všimneme časového účinku síly. Časový účinek výslednice sil $\vec{F}$ zjistíme z 2. Newtonova pohybového zákona, který upravíme

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{F}dt = m d\vec{v} .$$

Jestliže v časovém okamžiku t_1 měl hmotný bod rychlost $\vec{v}_1$ a v časovém okamžiku t_2 měl rychlost $\vec{v}_2$, dostaneme integrací

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt = \int_{\vec{v}_1}^{\vec{v}_2} m d\vec{v} ,$$

při $m = konst$.

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1} \quad (2.30)$$

Účinek síly z hlediska doby jejího působení vyjadřuje tzv. časový integrál síly

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt, \quad (2.31)$$

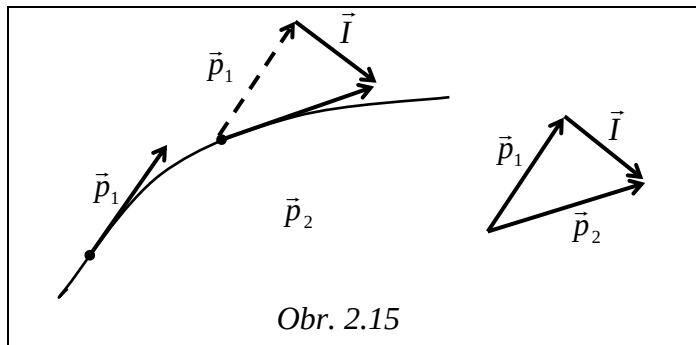
který nazýváme **impuls síly**. Jednotka $[I] = N \cdot s$. Impuls síly působící na těleso se v jeho pohybovém stavu projeví změnou hybnosti. Vztah (2.30) můžeme vyslovit:

Přírůstek hybnosti způsobený silou za čas $\Delta t = t_2 - t_1$ je určen co do orientovaného směru i velikosti impulsem síly.

Na obr. 2.15 je znázorněno, jak se vlivem impulsu $\vec{I}$ změní hybnost $\vec{p}_1$ hmotného bodu M na $\vec{p}_2 = \vec{p}_1 + \vec{I}$.

Působící síla $\vec{F}$ je obecně závislá na čase. K provedení integrace ve vztahu (2.30) musíme tuto závislost znát. Je-li $\vec{F} = \overrightarrow{\text{konst}}$, platí

$$\vec{F} \Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1.$$



Obr. 2.15

Zákon (2.30) o impulsu síly (označovaný jako první impulsová věta) lze využít těmito způsoby:

a) známe-li výslednou sílu $\vec{F}$, působící na hmotný bod a dobu, po kterou působila, můžeme určit změnu rychlosti hmotného bodu co do orientovaného směru i velikosti bez určení tvaru trajektorie, po které se hmotný bod pohyboval.

b) K dané změně rychlosti hmotného bodu můžeme určit impuls síly potřebný k této změně, příp. sílu samotnou (pokud zůstává konstantní).

Je-li výsledná síla, působící na hmotný bod malá, plyne z impulsové věty, že hybnost hmotného bodu se příliš nemění.

Impuls a hybnost mají stejný rozměr, ale nelze je zaměňovat. Impuls je příčina, jejímž důsledkem je změna hybnosti.

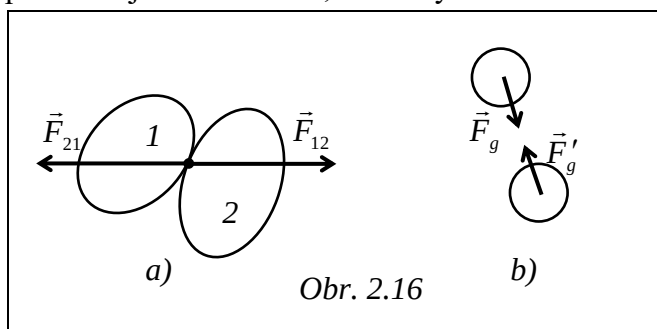
3. Třetí pohybový zákon – zákon akce a reakce.

Síla, která působí na těleso, může pocházet jediné od těles, které vyšetřované těleso obklopují. Ze zkušenosti víme, že působí-li těleso 1 na těleso 2 silou $\vec{F}_{1,2}$, působí

těleso 2 na těleso 1 silou $\vec{F}_{2,1}$, která má stejnou velikost, ale opačnou orientaci. Obě síly působí ve společné vektorové přímce. Síly nepůsobí tedy nikdy jednotlivě, ale vždy ve dvojicích. Nazveme-li sílu $\vec{F}_{1,2}$ akci, je síla $\vec{F}_{2,1}$ reakce a naopak. Uvedenou vlastnost sil vyjadřuje 3. Newtonův pohybový zákon:

Vzájemné síly mezi dvěma tělesy mají vždy stejnou velikost, ale opačnou orientaci.

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \quad (2.32)$$



Obr. 2.16

Nezáleží na tom, jakým způsobem na sebe tělesa působí, zda přímo [obr. 2.16 a) působení při dotyku těles] nebo prostřednictvím jiných těles (např. pružiny, vlákna) nebo polí [obr. 2.16 b) gravitační působení]. Nezáleží také na tom, jsou-li v dané soustavě souřadnic tělesa v klidu nebo pohybu. Je třeba zdůraznit, že akce a reakce jsou síly, působící na různá tělesa. Sledujeme-li tedy jen jedno z obou těles, nemůžeme obě síly skládat. Budeme-li však považovat obě tělesa za jednu soustavu a hledat výslednou sílu uvnitř této soustavy, můžeme akci a reakci počítat.

2.4. Pohybové rovnice.

V kinematice jsme poznali, že známe-li polohu hmotného bodu v libovolném čase, můžeme určit jeho rychlost a zrychlení v každém časovém okamžiku. Naopak známe-li zrychlení hmotného bodu v libovolném čase, můžeme určit (při známých počátečních podmínkách) jeho rychlost a polohu v každém čase. Podle Newtonova pohybového zákona $\vec{F} = m\vec{a}$ můžeme celkové zrychlení určit, známe-li hmotnost bodu a výslednici všech sil $\vec{F}$, které na něj v daném časovém okamžiku působí. S použitím vztahu $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

$$\boxed{m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}} \quad . \quad (2.33)$$

Vztahujeme-li pohyb k soustavě souřadnic x, y, z , má působící síla průměty F_x, F_y, F_z do souřadných os. Podobně průměty zrychlení jsou a_x, a_y, a_z .

Můžeme tedy zákon síly ve vektorovém tvaru nahradit třemi rovnicemi

$$\boxed{\begin{aligned} ma_x &= m \frac{dv_x}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x \\ ma_y &= m \frac{dv_y}{dt} = m \frac{d^2y}{dt^2} = F_y \\ ma_z &= m \frac{dv_z}{dt} = m \frac{d^2z}{dt^2} = F_z \end{aligned}} \quad (2.33)$$

Tyto rovnice nazýváme pohybové rovnice. Je-li vektorový součet sil, působících na hmotný bod roven nule, plyne z těchto rovnic, že jeho zrychlení je nulové. Pohybové rovnice (2.33) platí jen v inerciální soustavě pro pohyb hmotného bodu.

Pohybové rovnice umožňují

- určit průběh rychlosti a trajektorii hmotného bodu, známe-li působící síly a počáteční podmínky
- určit ze známé trajektorie (případně ze známého průběhu rychlosti) síly, které daný pohyb způsobily.

Použití pohybových rovnic ukážeme na příkladu.

Vodorovný a šikmý vrh v homogenním tíhovém poli Země.

Předpokládejme, že tíhové zrychlení $\vec{g}$ je konstantní, což je dobře splněno v blízkosti povrchu Země. Část povrchu Země budeme považovat za vodorovnou rovinu. Odpor prostředí neuvažujeme. Pohyb hmotného bodu budeme vztahovat vzhledem k souřadnému systému pevně spojenému se Zemí, kterou považujeme za inerciální soustavu. Předpokládejme obecně, že v čase $t = 0$ se hmotný bod nachází v místě o souřadnicích x_0, y_0, z_0 a jeho počáteční rychlost je $\vec{v}_0$. Od tohoto okamžiku na něj působí jediná síla, tíhová síla $\vec{G} = -m\vec{g} = -mg\vec{j}$, kde $\vec{j}$ je jednotkový vektor ve směru osy y .

Pohybové rovnice mají tvar:

$$\begin{aligned} F_x &= ma_x = 0 && \text{ve směru osy } x \text{ nepůsobí žádná síla} \\ F_y &= ma_y = -mg && \text{v ose } y \text{ působí tíhová síla} \\ F_z &= ma_z = 0 && \text{v ose } z \text{ nepůsobí žádná síla.} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Z (2.34) plyne

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

$$a_z = 0$$

tedy

$$\frac{dv_x}{dt} = 0$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -g$$

$$\frac{dv_z}{dt} = 0$$

Souřadnice rychlosti dostaneme integrací

$$v_x = C_1 = v_{ox}$$

$$v_y = -gt + C_2 = -gt + v_{oy}$$

$$v_z = C_3 = v_{oz} \quad (2.35)$$

Protože ve směru osy z nepůsobí žádná síla, nebude se hmotný bod vychylovat z roviny určené vektorem $\vec{v}_o$ a vektorem tíhové síly $\vec{G}$, která působí ve směru osy y . Uspořádáním souřadné soustavy můžeme dosáhnout toho, aby vektor počáteční rychlosti $\vec{v}_o$ ležel v rovině xy . Potom bude pohyb probíhat v této rovině a souřadnice z bude stále nulová a také rychlost v_z se bude rovnat nule.

Další integrací dostaneme souřadnice pohybujícího se bodu

$$x = v_{ox}t + x_o$$

$$y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 + y_o$$

$$z = 0$$

Vodorovný vrh.

Hmotný bod je vržen z bodu $A(0, y_o, 0)$ s počáteční rychlostí v_o ve směru osy x .

Počáteční podmínky: v čase $t = 0$ se hmotný bod nachází v bodě A a souřadnice počáteční rychlosti jsou

$$v_{ox} = v_o$$

$$v_{oy} = 0$$

$$v_{oz} = 0$$

Souřadnice rychlosti jsou podle (2.36)

$$v_x = v_o$$

$$v_y = -gt$$

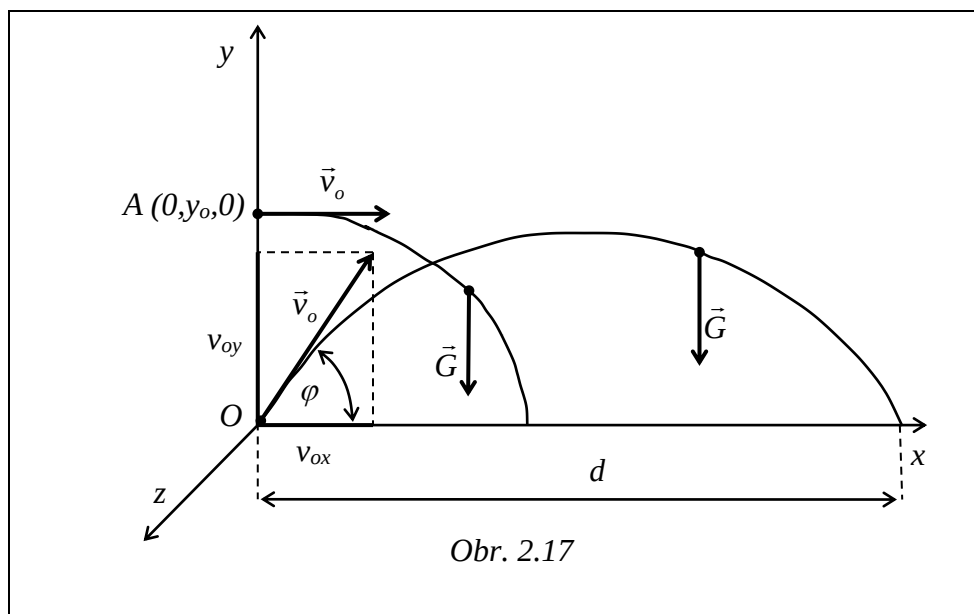
$$v_z = 0$$

Souřadnice hmotného bodu určíme integrací

$$x = v_o t$$

$$y = y_o - \frac{1}{2}gt^2$$

$$z = 0$$



Doba trvání vrhu je t_1 . Pro $t = t_1$ je tedy $y = 0$ a $t_1 = \sqrt{\frac{2y_o}{g}}$.

Vzdálenost, kterou urazí hmotný bod ve směru osy x je

$$x_1 = v_o t_1 = v_o \sqrt{\frac{2y_o}{g}}$$

Šikmý vrh

Hmotný bod je vržen z počátku souřadné soustavy s počáteční rychlostí $\vec{v}_0$, která svírá úhel φ s osou x .

Počáteční podmínky: V čase $t = 0$ se hmotný bod nachází v bodě $O = (0,0,0)$; souřadnice počáteční rychlosti jsou

$$v_{0x} = v_0 \cos \varphi \quad v_{0y} = v_0 \sin \varphi \quad v_{0z} = 0$$

Souřadnice rychlosti jsou podle (2.35)

$$v_x = v_0 \cos \varphi \quad v_y = v_0 \sin \varphi - gt \quad v_z = 0 \quad (2.36)$$

Souřadnice hmotného bodu určíme integrací

$$x = v_0 t \cos \varphi \quad y = v_0 t \sin \varphi - \frac{1}{2} g t^2 \quad z = 0 \quad (2.37)$$

Vyloučíme-li z těchto vztahů čas t , dostaneme rovnici trajektorie

$$y = x \tan \varphi - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi}$$

Protože koeficienty u x a x^2 jsou konstanty (a, b), má tato rovnice tvar

$$y = ax - bx^2,$$

což je **rovnice paraboly**.

Pomocí vztahů (2.36) a (2.37) můžeme snadno určit délku vrhu, maximální výšku, do které hmotný bod vystoupí apod. Uvedeme výpočet délky vrhu. Ta je dána podmínkou $y = 0$, takže

$$v_0 t \sin \varphi - \frac{g}{2} t^2 = 0$$

Jeden kořen této rovnice je $t_1 = 0$. To odpovídá okamžiku, kdy bylo těleso vrženo šikmo vzhůru. Druhý kořen určuje dobu letu

$$t_2 = \frac{2 v_0 \sin \varphi}{g}.$$

Dosadíme-li t_2 do vztahu $x = v_0 t \cos \varphi$, dostaneme délku vrhu

$$d = v_0 t_2 \cos \varphi = \frac{2 v_0^2 \sin \varphi \cos \varphi}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g}$$

Délka vrhu bude maximální pro $\sin 2\varphi = 1$, tzn. pro $\varphi = 45^\circ$.

V reálných podmínkách působí na pohybující se těleso síla odporu prostředí, která má na tento pohyb značný vliv. Trajektorií pohybu je v tomto případě tzv. balistická křivka (těleso klesá strměji než stoupá).

Při řešení příkladů v mechanice pomocí Newtonových pohybových zákonů je vhodné dodržovat určitý postup. Uvedeme základní body tohoto postupu:

- 1) Rozhodneme, jestli uvažované těleso můžeme považovat za hmotný bod.
- 2) Zjistíme všechny síly, kterými okolní tělesa působí na vyšetřovaný hmotný bod. V konkrétních případech však některé působící síly zanedbáváme.
- 3) Zvolíme vhodný vztažný systém tak, aby volba počátku a orientace souřadných os zjednodušily další výpočet.
- 4) Nakreslíme každé vyšetřované těleso a vyznačíme v něm vektory působících sil.
- 5) Vyjádříme Newtonovu pohybovou rovnici vektorově

$$\sum \vec{F} = m \vec{a},$$

kde $\sum \vec{F}$ je vektorový součet všech působících sil.

- 6) Najdeme průměty působících sil do zvolených souřadných os. Dostaneme tak tři skalární rovnice

$$F_x = m a_x \quad F_y = m a_y \quad F_z = m a_z$$

Řešením těchto rovnic najdeme hledané veličiny.

Tečná a normálová síla

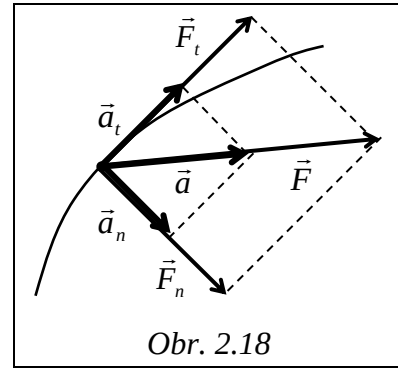
Jestliže se pohybuje hmotný bod v inerciální soustavě působením jedné nebo více sil po rovinné trajektorii, souvisí výslednice těchto sil a celkové zrychlení hmotného bodu vztahem $\vec{F} = m\vec{a}$. V kapitole 2.1 jsme poznali, že celkové zrychlení můžeme rozložit do směru tečny a normály, takže platí

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

Přitom

$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \vec{\tau}_o$$

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{\rho} \vec{n}_o$$



Obr. 2.18

Vzhledem k souvislosti výsledné síly a celkového zrychlení můžeme také výslednou sílu rozložit na tečnou a normálovou složku

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}_t + m\vec{a}_n = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

Tečná složka výsledné síly

$$\vec{F}_t = m\vec{a}_t = m \frac{dv}{dt} \vec{\tau}_o \quad (2.38)$$

způsobuje změnu velikosti rychlosti hmotného bodu.

Velikost tečné složky je $F_t = m \frac{dv}{dt}$

Normálová složka výsledné síly

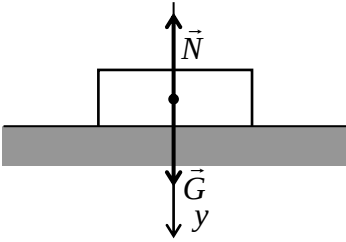
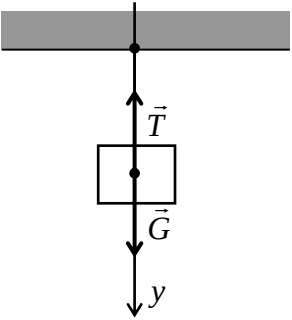
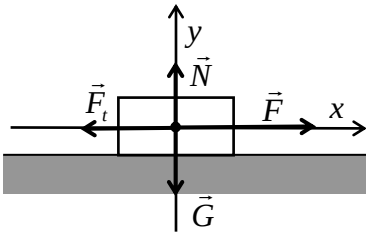
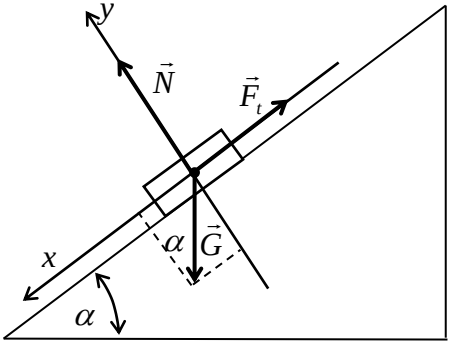
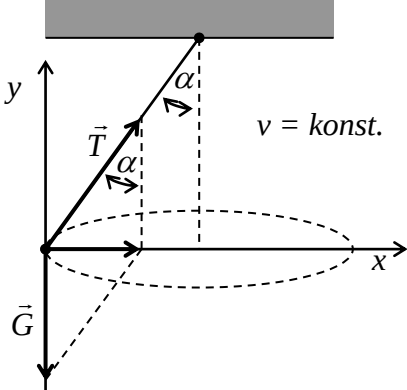
$$\vec{F}_n = m\vec{a}_n = m \frac{v^2}{\rho} \vec{n}_o \quad (2.39)$$

Velikost normálové složky $F_n = m \frac{v^2}{\rho}$

způsobuje změnu směru rychlosti hmotného bodu. Normálová síla míří do středu křivosti trajektorie.

Jestliže se pohybuje hmotný bod po trajektorii rovnoměrně (tzn. $v = konst.$) je $F_t = 0$ a na hmotný bod působí pouze normálová síla $\vec{F}_n$.

Na obr. 2.19 jsou uvedeny příklady často se vyskytujících silových působení na tělesa [Označení sil: tíhová síla ($\vec{G}$), reakce od podložky ($\vec{N}$), reakce závěsu ($\vec{T}$), tažná síla ($\vec{F}$), síla tření ($\vec{F}_t$)].

Situace	Pohybová rovnice (vektorově)	Skalární rovnice (průměty do souř. os)
	$\vec{G} + \vec{N} = \vec{0}$	$G - N = 0$
	$\vec{G} + \vec{T} = \vec{0}$	$G - T = 0$
	$\vec{G} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_t = m \cdot \vec{a}$	$F - F_t = m \cdot a$ $N - G = 0$
	$\vec{N} + \vec{G} + \vec{F}_t = m \cdot \vec{a}$	$G \cdot \sin \alpha - F_t = m \cdot a$ $N - G \cdot \cos \alpha = 0$
	$\vec{G} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}$ Obr. 2.19	$T \cdot \sin \alpha = m \cdot \frac{v^2}{r}$ $T \cdot \cos \alpha - G = 0$

Kontrolní otázky k části 2.3. a 2.4.

1. Uveďte a charakterizujte základní typy vzájemného působení.
2. Které ze základních typů sil mají velký dosah?
3. Vyslovte a vysvětlete zákon setrvačnosti.
4. Jakou vlastnost těles charakterizujeme fyzikální veličinou hmotnost?
5. Napište (vyslovte) a vysvětlete Newtonův zákon síly.
6. Definujte hybnost tělesa. Uveďte jednotku. Vyjádřete Newtonův zákon síly pomocí vektoru hybnosti.
7. Uveďte na čem a jak závisí tyto často se vyskytující síly: síla tíhová, gravitační, síla tření, odpor prostředí, pružná (elastická) síla.
8. Napište, jak se vypočítá impuls síly
 - a) v obecném případě
 - b) je-li síla konstantní
9. Vyslovte a vysvětlete zákon akce a reakce. Můžeme síly akce a reakce skládat?
10. Napište pohybové rovnice a vysvětlete jejich použití.
11. Vyjděte z pohybových rovnic a odvoďte, jak závisí na čase dráhová souřadnice hmotného bodu, který koná vrh svislý vzhůru.
12. Jakou podmínku musí splňovat síly, působící na těleso, aby jeho pohyb byl
 - a) rovnoměrný přímočarý
 - b) rovnoměrný křivočarý.
13. Uveďte základní body postupu při řešení úloh z mechaniky pomocí druhého Newtonova zákona.
14. Znázorněte na obrázku rozklad výsledné síly do směru tečny a normály. Napište vztahy pro tečnou a normálovou složku síly. Co způsobují tečná a normálová složka výsledné síly?
15. Těleso se pohybuje nahoru po nakloněné rovině. Znázorněte působící síly, sestavte pohybovou rovnici a najděte průměty působících sil do zvolených os.