

## 7. SPECIÁLNÍ TEORIE RELATIVITY

Na konci minulého století se v elektrodynamice nashromáždilo velké množství experimentálních výsledků, jejichž jednotný výklad působil teoretické obtíže. Všechny tyto jevy se podařilo bezesporně vysvětlit teprve Einsteinově teorii relativity, která znamenala jeden z rozhodujících kroků od klasické mechanické fyziky k moderní fyzice 20. století. První část Einsteinovy teorie - **speciální teorie relativity** ( 1905 ) - překonala Newtonovy představy o absolutním prostoru, nezávislém na hmotných objektech a o absolutním času, plynoucím nezávisle na fyzikálních dějích. Relativistické pojetí prostoru a času vedlo k revizi a opravě základních zákonů Newtonovy mechaniky. Druhá část - **obecná teorie relativity** ( 1915 ) - ukázala stejnou fyzikální podstatu gravitačních a setrvačných sil. Poznatky speciální i obecné teorie relativity postupně pronikly do všech oblastí fyziky. Teorie relativity předpověděla řadu nových fyzikálních jevů, jejichž existence byla pozdějšími experimenty potvrzena. Mnohé jevy byly objeveny zejména v oboru atomové fyziky, ve kterém se teorie relativity uplatňuje nejvíce. Mimořádný význam má Einsteinem objevený vztah mezi hmotností a energií, který představuje teoretický základ pro využití jaderné energie. Ačkoliv teorie relativity zpočátku vysvětlovala jen několik speciálních fyzikálních jevů, existují v současné době již mohutná technická zařízení (např. urychlovače nabitých částic), jejichž konstrukce a provoz by nebyly možné bez předchozích výpočtů na základě teorie relativity.

### 7.1. Relativita v klasické mechanice. Galileova transformace.

Pohyb hmotného bodu je v klasické mechanice popsán pohybovou rovnicí

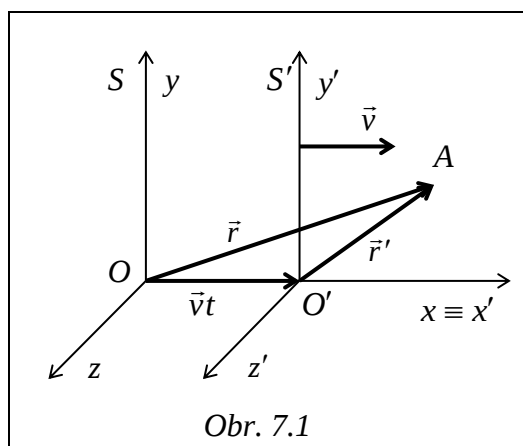
$$\vec{F} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2},$$

jejímž řešením je funkce  $\vec{r}(t)$ , která udává polohu sledovaného bodu ve zvolené soustavě souřadnic. Poloha a tedy i pohyb hmotného bodu je relativní, protože polohový vektor  $\vec{r}$  se vztahuje k určité vztažné soustavě a záleží na její volbě. Čas vystupuje v klasické mechanice jako nezávisle proměnná veličina, která se nemění se změnou vztažné soustavy. Postuláty klasické mechaniky, které formuloval Newton, lze stručně vyjádřit takto:

- 1) Existuje klidová vztažná soustava, ve které nehybné hmotné objekty jsou v absolutním klidu ( hypotéza absolutního prostoru).
- 2) Čas plyne rovnoměrně ve všech vztažných soustavách stejně, nezávisle na jejich pohybech ( hypotéza absolutního času).
- 3) Hmotnost libovolného hmotného bodu je konstantní, nezávisí na jeho pohybovém stavu.
- 4) Prostor je euklidovský a pohybové zákony platí jen v inerciálních soustavách.

Předpokládejme inerciální soustavu  $S$  ( $Oxyz$ ) a soustavu  $S'$  ( $O'x'y'z'$ ) s rovnoběžnými osami. V čase  $t = 0$  je  $O \equiv O'$  a potom se počátek  $O'$  pohybuje vzhledem k  $Oxyz$  konstantní rychlostí v podél osy  $x$ , takže  $x \equiv x'$  ( obr. 7.1 ). Čárkovaná soustava  $S'$  je tedy také inerciální.

Děj, ke kterému dojde v určitém času v určitém bodě  $A$  nazveme „událost“. Událost je v soustavě  $S$  charakterizována z hlediska prostoru a času čtyřmi veličinami  $x, y, z, t$ , které nazýváme „souřadnice události“. Z toho  $x, y, z$  jsou prostorové souřadnice a  $t$  souřadnice časová. Stejná událost je



v soustavě  $S'$  charakterizována souřadnicemi  $x', y', z', t'$ . Najdeme vztah mezi souřadnicemi  $x, y, z, t$  a  $x', y', z', t'$  (a obráceně). Jsou-li počátky  $O$  a  $O'$  v čase  $t = 0$  v témže bodě, má počátek  $O'$  vzhledem k  $Oxyz$  souřadnice

$$x'_0 = vt \quad y'_0 = 0 \quad z'_0 = 0.$$

Polohu libovolného bodu  $A$  daného souřadnicemi  $x, y, z$  soustavy  $S$  můžeme vyjádřit souřadnicemi  $x', y', z'$  soustavy  $S'$  pomocí transformačních vztahů

|                                                                               |                                                                               |         |
|-------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|---------|
| $\begin{aligned} x &= x' + vt \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned}$ | $\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}$ | ( 7.1 ) |
|-------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|---------|

Ve vektorovém tvaru

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}t, \quad t = t'.$$

Tato soustava transformačních vztahů se nazývá **Galileova transformace**, ve které se předpokládá Newtonův absolutní čas, plynoucí stejně v obou soustavách.

### ***Invariantní veličiny a kovariantní vztahy.***

Seznámíme se s matematickými pojmy, které budeme dále potřebovat.

a) **Nemění-li se nějaká veličina transformací souřadnic, říkáme, že je invariantní vzhledem k dané transformaci.**

Fyzikální význam invariance spočívá v tom, že pozorovatelé v obou soustavách naměří totéž, je-li výraz, kterým se pozorovaná fyzikální veličina vyjadřuje, invariantní vzhledem k transformaci, kterou jsou si obě soustavy navzájem přiřazeny.

b) **Jestliže určitá rovnice ( vyjadřující např. vztah mezi fyzikálními veličinami ) nemění transformací souřadnic svůj tvar, říkáme, že je kovariantní vzhledem k dané transformaci.**

Tyč, která je v klidu v soustavě  $S$  a uložena v ose  $x$  má délku  $l$ , určenou rozdílem  $x$ -ových souřadnic koncových bodů, tedy  $l = x_2 - x_1$ . V soustavě  $S'$  má tato tyč délku  $l'$ , obdobně určenou rozdílem čárkovaných souřadnic, tj.  $l' = x'_2 - x'_1$  ( obr. 7.2 ). Podle ( 7.1 )

$$l' = x'_2 - x'_1 = (x_2 - vt) - (x_1 - vt) = x_2 - x_1 = l.$$

V případě jiné polohy tyče lze totéž odvodit o jejich délkách ve směrech os  $y$  a  $z$ , takže obecně platí:

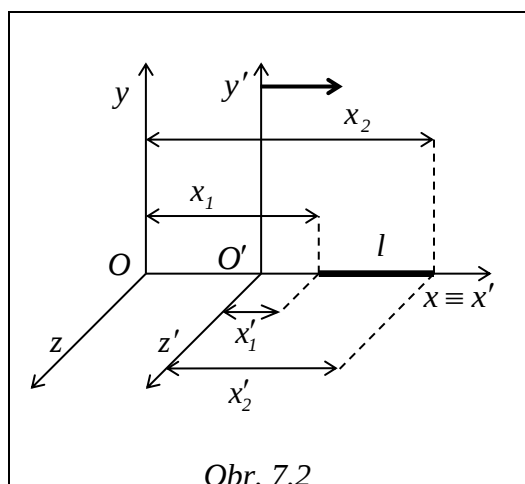
Při přechodu z jedné inerciální soustavy do druhé se délka tyče nemění.

Tedy :

**Délka je invariantní vzhledem ke Galileově transformaci.**

Předpokládejme, že bod  $A$  se pohybuje ve směru osy  $x$ . Derivací ( 7.1 ) dostaneme

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v.$$



Obr. 7.2

Výraz  $\frac{dx}{dt}$  udává rychlost  $u$  bodu vzhledem k soustavě  $S$ ,  $\frac{dx'}{dt}$  rychlost  $u'$  vzhledem k  $S'$ . Pro transformaci rychlosti tedy platí vztahy

$$\boxed{u = u' + v \qquad u' = u - v} \quad , \qquad (7.2)$$

které vyjadřují **zákon skládání rychlostí v klasické mechanice**. Rychlost bodu se v různých inerciálních soustavách liší o rychlost vzájemného pohybu těchto soustav.

**Rychlost tedy není invariantní vzhledem ke Galileově transformaci.**

Transformace zrychlení plyne z derivace rovnic (7.2) pro  $v = \text{konst.}$

$$a' = \frac{du'}{dt} = \frac{d}{dt}(u - v) = \frac{du}{dt} = a \qquad (7.3)$$

Zrychlení je tedy stejné v obou soustavách, což můžeme vyjádřit :

**Zrychlení je invariantní vzhledem ke Galileově transformaci.**

Pojem kovariance je obecnější než pojem invariance. Kovariantní rovnice

může, ale nemusí mít invariantní strany. Jako příklad uvedeme zákon zachování hybnosti. Pro jednoduchost se omezíme na dokonale pružný ráz dvou těles v ose  $x$ .

V soustavě  $S$   $m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 w_1 + m_2 w_2$  ,

kde  $u_1, u_2$  jsou rychlosti těles před rázem a  $w_1, w_2$  rychlosti těles po rázu. Jestliže použijeme druhou z rovnic (7.2), dostaneme

$$m_1 u'_1 + m_2 u'_2 + v(m_1 + m_2) = m_1 w'_1 + m_2 w'_2 + v(m_1 + m_2)$$

Takže  $m_1 u'_1 + m_2 u'_2 = m_1 w'_1 + m_2 w'_2$

**Zákon zachování hybnosti tedy platí v obou soustavách  $S, S'$ .**

Newtonova pohybová rovnice má v soustavě  $S$  tvar

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad .$$

V soustavě  $S'$  je  $\vec{a}' = \vec{a}$  ,  $m' = m$  . Síly, charakterizující působení ostatních těles jsou závislé na vzájemné vzdálenosti těles a na jejich relativních rychlostech. Tyto veličiny jsou však stejné v  $S$  a  $S'$  , takže můžeme předpokládat, že  $\vec{F}' = \vec{F}$  . Pohybová rovnice v  $S'$  má tedy tvar

$$m\vec{a}' = \vec{F}' \quad .$$

Pohybové rovnice v  $S$  a  $S'$  mají tedy stejný tvar. Tento výsledek představuje **mechanický (Galileův) princip relativity**:

**Zákony mechaniky mají stejný tvar ve všech inerciálních soustavách.**

Žádnými mechanickými pokusy provedenými uvnitř inerciální soustavy tedy nelze rozhodnout, je-li daná soustava v klidu nebo se pohybuje rovnoměrně přímočaře. Mechanickými prostředky nelze najít soustavu absolutně klidnou. Mechanický princip relativity je ekvivalentní s tvrzením :

**Zákony ( klasické ) mechaniky jsou kovariantní vzhledem ke Galileově transformaci.**

Ve 2. polovině 19. století se ukázalo, že zákony Maxwellovy teorie elektromagnetického pole Galileův princip relativity porušují. Ze zákonů elektromagnetického pole plyne, že vzájemná silová působení nabitých objektů jsou různá pro pozorovatele

v různých inerciálních soustavách, což je v rozporu s klasickým principem relativity. Vznikla otázka: Je správné potvrdit platnost mechanického principu relativity i pro elektromagnetické děje a korigovat teorii elektromagnetického pole nebo považovat za správné Maxwellovy zákony elektromagnetického pole a korigovat zákony mechaniky? První možností se zdál předpoklad, že zákony elektromagnetického pole platí jen v absolutní klidové soustavě a že jen v ní se světlo, které je elektromagnetické vlnění, šíří přesně rychlostí  $c$ , zatímco v soustavě pohybující se rychlostí  $\vec{v}$  má světlo rychlost  $\vec{c} - \vec{v}$ . Měřením rychlosti světla by pak bylo možné určit absolutní rychlost libovolné vztažné soustavy, např. Země. Měření, která měla potvrdit tuto možnost provedl Michelson (1887). Michelsonův pokus, který patří do řady slavných fyzikálních experimentů, však vedl k závěru, že v soustavě spojené se zemí se světlo šíří ve všech směrech stejnou rychlostí. Pokus byl v pozdější době mnohokrát opakován, ale vždy se stejným výsledkem. Rychlost světla se tedy s žádnou jinou rychlostí neskládá v rozporu se zákonem skládání rychlostí  $u = u' + v$ , který plyne z Galileovy transformace.

Rozpory, které vznesla do klasické fyziky Maxwellova teorie se tedy nepodařilo odstranit modifikací této teorie. Zůstala druhá možnost: Přezkoumat a korigovat základy Newtonovy mechaniky, ač je naše důvěra v tyto zákony, založená na každodenní zkušenosti s pohybem těles při rychlostech malých vzhledem k rychlosti světla, sebevětší. Tohoto úkolu se ujal A. Einstein, který vyšel z předpokladu, že princip relativity musí platit nejen pro děje mechanické, ale i elektromagnetické, tedy i optické. Svou speciální teorii relativity vybudoval na dvou postulátech.

## 7.2. Einsteinovy postuláty speciální teorie relativity.

1. postulát – *princip relativity*.

**Zákony fyziky mají stejný tvar ve všech inerciálních vztažných soustavách.**

2. postulát – *princip konstantní rychlosti světla*.

**Rychlost šíření světla ve vakuu je stejná ve všech inerciálních vztažných soustavách a nezávisí na pohybu zdroje a směru šíření světla.**

**Ad 1)** Všechny inerciální vztažné soustavy jsou tedy ekvivalentní pro zkoumání a popis fyzikálních dějů. Od mechanického principu relativity se Einsteinův princip relativity liší formálně jen tím, že slovo „mechanický“ je nahrazeno slovem „fyzikální“. Tato změna má však značné fyzikální důsledky. Princip relativity můžeme také formulovat takto:

**Žádnými fyzikálními pokusy, provedenými uvnitř inerciální vztažné soustavy, nelze zjistit, je-li daná soustava v klidu nebo se pohybuje rovnoměrně přímočaře.**

Žádným pokusem provedeným na Zemi nelze tedy zjistit absolutní pohyb Země. Z principu relativity plyne nesprávnost hypotézy absolutního prostoru. Probíhají-li ve všech soustavách, které se vzhledem k sobě pohybují rovnoměrně přímočaře, všechny fyzikální děje stejně, potom libovolnou z nich můžeme považovat za absolutně klidnou. Stejně mylná je představa o absolutním klidu a pohybu. Každý pohyb je relativní a má smysl mluvit pouze o pohybu těles vzhledem k jiným tělesům. Jestliže přijmeme Einsteinův princip relativity, je třeba revidovat základní fyzikální pojmy. Podobně jako u mechanického principu relativity je matematickým vyjádřením Einsteinova principu relativity tvrzení, že *každá rovnice, vyjadřující nějaký fyzikální zákon, musí být kovariantní vzhledem k transformaci spojující časoprostorové údaje dvou soustav, které se vzhledem k sobě pohybují rovnoměrně přímočaře*. Z tohoto tvrzení plyne, že Newtonovy pohybové rovnice a Maxwellovy rovnice ve známém tvaru nemohou platit současně, protože nejsou kovariantní vzhledem k téže časoprostorové transformaci. Jestliže ponecháme beze změny Maxwellovy rovnice, je třeba najít novou časoprostorovou transformaci, vzhledem k níž by byly Maxwellovy rovnice kovariantní, tzn. radikálně změnit názory na prostor a čas. Touto transformací je Lorentzova transformace, o které pojednáme v další kapitole.

**Ad 2)** Z klasického zákona skládání rychlostí plyne, jestliže se světlo šíří v inerciální vztažné soustavě  $S'$  rychlostí  $\vec{c}$ , potom vzhledem k jiné inerciální vztažné soustavě  $S$  se šíří rychlostí  $\vec{u} = \vec{c} + \vec{v}$ , kde  $\vec{v}$  je rychlost soustavy  $S'$  vzhledem k soustavě  $S$ . Tento výsledek je ale v rozporu s principem konstantní rychlosti světla. Klasický zákon skládání rychlostí plyne z transformačních vztahů Galileovy transformace. Také z Einsteinova 2. postulátu tedy plyne, že Galileova transformace musí být nahrazena jinou obecnější transformací, která respektuje princip konstantní rychlosti světla.

### Kontrolní otázky

1. Vyslovte postuláty klasické mechaniky.
2. Vysvětlete fyzikální význam pojmu „událost“.
3. Napište transformační vztahy Galileovy transformace v souřadnicovém a vektorovém tvaru.
4. Vysvětlete pojmy: kovariantní vztahy, invariantní veličiny. Jaký je fyzikální význam invariance a kovariance.
5. Uveďte některé invarianty Galileovy transformace.
6. Je rovnice, vyjadřující zákon zachování hybnosti kovariantní vzhledem ke Galileově transformaci?
7. Odvoďte z Galileovy transformace zákon skládání rychlostí v klasické mechanice.
8. Vyslovte mechanický ( Galileův ) princip relativity s užitím pojmu kovariance.
9. Vyslovte a komentujte Einsteinovy postuláty speciální teorie relativity. V čem se liší od postulátů klasické fyziky?
10. Vysvětlete, jak z Einsteinových postulátů plyne nutnost nahradit Galileovu transformaci obecnější transformací.