

Křivočarý pohyb hmotného bodu.

Polohový vektor: $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

Okamžitá rychlost: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$

Okamžité zrychlení: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k}$

Tečné zrychlení: $\vec{a}_t = \vec{\tau}_0 \frac{dv}{dt} = \vec{\tau}_0 \frac{d(\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2})}{dt}$

Normálové zrychlení: $\vec{a}_n = \vec{n}_0 \frac{v^2}{R}$

Celkové zrychlení: $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n, \quad a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

Rovnoměrný přímočarý pohyb hmotného bodu.

$a = 0, \quad v = \text{konst.}$ $x = x_0 + vt$, x_0 - počáteční poloha bodu v čase $t = 0$
(resp. $s = s_0 + vt$, kde s_0 počáteční dráha uražená do času $t = 0$)

Rovnoměrně proměnný (zrychlený nebo zpomalený) pohyb hmotného bodu.

$a = \text{konst.}, \quad v = v_0 + at, \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$, (resp. $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$)

Nerovnoměrný přímočarý pohyb

$a = f(t), \quad v = \int a dt, \quad x = \int v dt, \quad s = \int_{t_1}^{t_2} |v(t)| dt$

Průměrná rychlost: $v_s = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Pohyb po kružnici

úhlová rychlost: $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$, úhlové zrychlení: $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$,

tečné zrychlení: $a_t = \varepsilon r$, normálové zrychlení: $a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \omega v$

obvodová rychlost: $v = \omega r$

Rovnoměrný pohyb

$\varepsilon = 0, \quad \omega = \text{konst.}, \quad \varphi = \varphi_0 + \omega t$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$, kde T je perioda a f frekvence kruhového pohybu.

Rovnoměrně proměnný (zrychlený nebo zpomalený) pohyb

$\varepsilon = \text{konst.}, \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t, \quad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2$

Nerovnoměrný pohyb s proměnným úhlovým zrychlením

$\varepsilon = f(t), \quad \omega = \int \varepsilon dt, \quad \varphi = \int \omega dt$

Dynamika hmotného bodu

Hybnost $\vec{p} = m\vec{v}$

2. Newtonův zákon – zákon síly: $\sum_i \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$

Tíhová síla: $\vec{G} = m\vec{g}$

Síla smykového tření: $F_t = kN$, kde k je koeficient smykového tření a N reakce od podložky nebo závěsu

Pohybová rovnice: $\vec{F} = m\vec{a}$

Impuls síly $\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$, 1. impulsová věta: $\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$

Práce: $W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r}$,

Práce konstantní síly po přímce: $W = Fs \cos \alpha$

Střední (průměrný) výkon: $P_s = \frac{\Delta W}{\Delta t}$, Okamžitý výkon: $P = \frac{dW}{dt}$, $P = \vec{F}\vec{v}$

Účinnost - poměr výkonu P stroje a potřebného příkonu P_o $\eta = \frac{P}{P_o} \cdot 100$ [%]

Kinetická energie: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

Potenciální energie v homogenním tíhovém poli: $E_p = mgh$

Zákon zachování mechanické energie: $E_k + E_p = konst.$ – platí v poli konzerv. sil

Soustava hmotných bodů (SHB)

Hmotnost SHB: $m = \sum_{i=1}^n m_i$ Polohový vektor těžiště SHB: $\vec{r}_T = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$

Spojité rozložená hmota: $\vec{r}_T = \frac{1}{m} \int_m \vec{r} dm$

Moment hybnosti $\vec{b}_i$ i-tého bodu soustavy vzhledem k bodu O $\vec{b}_i = \vec{r}_i \times \vec{p}_i$

Moment síly $\vec{M}$ $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ Druhá věta impulsová $\frac{d\vec{b}}{dt} = \vec{M}$

Pohyb letící rakety - Ciolkovského rovnice $\Delta \vec{v} = -\vec{u} \ln \frac{m_o}{m}$

Tuhé těleso

Moment dvojice sil $\vec{M} = \vec{d} \times \vec{F}$

Moment setrvačnosti tuhého tělesa $J = \sum_{i=1}^n m_i r_{i\perp}^2$

Kinetická energie otáčivého pohybu tuhého tělesa kolem osy, která prochází těžištěm

$$E_{kr} = \frac{1}{2} J \omega^2$$

Celková kinetická energie tuhého tělesa $E_k = E_{kp} + E_{kr} = \frac{1}{2} m u^2 + \frac{1}{2} J \omega^2$

Steinerova věta $J = J_T + ma^2$

Pohybová rovnice tuhého tělesa vzhledem k pevné ose rotace $J\vec{\varepsilon} = \vec{M}$

Moment hybnosti tuhého tělesa $\vec{b} = J\vec{\omega}$

Zákon zachování momentu hybnosti $\frac{d}{dt}(J\vec{\omega}) = \vec{0} \Rightarrow J\vec{\omega} = \overrightarrow{konst.}$

Precesní pohyb $\vec{M} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \times J\vec{\omega} = \vec{\Omega} \times J\vec{\omega}$

Velikost úhlové rychlosti precese $\Omega = \frac{mgl}{J\omega}$

Gravitační pole

Newtonův Gravitační zákon $\vec{F}_g = -\kappa \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_o$

Intenzita gravitačního pole $\vec{K} = \frac{\vec{F}_g}{m_2} = -\kappa \frac{m_1}{r^2} \vec{r}_o$, $\vec{a}_g = \vec{K}$

Potenciální energie hmotného bodu $E_{pA} = m \int_A^\infty \vec{K} d\vec{r}$

Práce vykonaná gravitačními silami při přemístění hmotného bodu z bodu A do bodu B

$$W = -\kappa m_1 m_2 \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2}$$

Potenciál gravitačního pole $\varphi = \frac{E_p}{m}$

První kosmická rychlost $v_I = \sqrt{\kappa \frac{M_Z}{R_Z + h}}$

Druhá kosmická rychlost $v_{II} = \sqrt{2\kappa \frac{M_Z}{R_Z + h}}$

Speciální teorie relativity

Lorenzovy transformační rovnice z S do S´

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Lorenzovy transformační rovnice z S´ do S

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad y = y' \quad z = z' \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Rychlost tělesa u vzhledem k soustavě S $u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$ (pro u rovnoběžnou s v)

Kontrakce délky. Délka tyče v soustavě S
$$l = l' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Dilatace času
$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Relativistická hmotnost
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Klidová energie $E_0 = m_0 c^2$ Celková energie $E = mc^2$

Statika tekutin

Tlak
$$p = \frac{dF}{dS}$$

Síla, která působí na konečnou plochu S v tekutině, je pak
$$F = \int_S p \cdot dS$$

Pascalův zákon
$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} = p = konst.$$

Hydrostatický tlak v hloubce h pod volnou hladinou
$$p = h \cdot \rho \cdot g$$

Archimédův zákon

Na těleso o objemu V a hustotě ρ_t , které je ponořené v tekutině o hustotě ρ_k , působí tíhová síla $G = \rho_t \cdot V \cdot g$ a vztlaková síla $F_v = \rho_k \cdot V \cdot g$. Výsledná síla, která na těleso působí je $F = G - F_v = (\rho_t - \rho_k) \cdot V \cdot g$.

Mohou nastat tři případy:

- a) $\rho_t > \rho_k$ - těleso klesá dolů
- b) $\rho_t = \rho_k$ - těleso se vznáší v místě, kam bylo v tekutině umístěno
- c) $\rho_t < \rho_k$ - těleso stoupá nahoru (v případě kapaliny plave na její volné hladině)

Dynamika tekutin

Rovnice kontinuity pro stlačitelnou tekutinu
$$S \cdot v \cdot \rho = konst.$$

Rovnice kontinuity pro nestlačitelnou tekutinu
$$S \cdot v = konst.$$

Objemový tok
$$Q = S \cdot v$$

Bernoulliho rovnice
$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = konst.$$

Výtok kapaliny z nádoby malým otvorem
$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_0 - p)}{\rho} + 2 \cdot h \cdot g}$$

Torricelliho vzorec
$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_0 - p)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}$$

Proudění ideální kapaliny zakřivenou trubicí - 1. impulsová věta.

$$d\vec{l} = \vec{F}.dt = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = Q.dt.\rho.(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \Rightarrow \vec{F} = Q.\rho.(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

Kinetická teorie plynů

Stavová rovnice pro n molů
$$\frac{p.V}{T} = n.R$$

Funkce rozdělení rychlostí molekul, které jsou v rovnovážném stavu $\eta(v)$:

$$\eta(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 ,$$

kde $\eta(v)$ - rozdělovací funkce rychlosti molekul

m - hmotnost molekuly uvažovaného plynu

k - Boltzmannova konstanta $k = 1,38.10^{23} J.K^{-1}$

v - rychlost uvažované molekuly

T - termodynamická teplota

Střední kvadratická rychlost
$$v_s = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Nejpravděpodobnější rychlost
$$v_n = \sqrt{\frac{2.k.T}{m}}$$

Termodynamika

Práce vykonaná vnějšími silami na termodynamické soustavě
$$W = \int_1^2 p. dV$$

I. věta termodynamiky
$$Q = \Delta U + W' ,$$

kde ΔU je změna vnitřní energie a W' je práce vykonaná soustavou

Izochorický děj $V = konst.$

Dodané teplo
$$Q = n.C_V.(T_2 - T_1) = m.c_V.(T_2 - T_1)$$

Ze stavové rovnice plyne
$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{p}{T} = konst.$$

Izobarický děj $p = konst.$

Dodané teplo
$$Q = n.C_V.(T_2 - T_1) + p.(V_2 - V_1) = n.C_V.(T_2 - T_1) + n.R.(T_2 - T_1)$$

Ze stavové rovnice plyne
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V}{T} = konst.$$

Izotermický děj $T = konst.$

Ze stavové rovnice plyne
$$p_1.V_1 = p_2.V_2 = p.V = konst.$$

Práce plynem vykonaná
$$W' = p_1.V_1 \cdot \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

Adiabatický děj $Q = 0$

$$p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa = p \cdot V^\kappa = \text{konst.}$$

Práce plynem vykonaná $W' = \int_1^2 p \cdot dV = \frac{p_1 \cdot V_1}{\kappa - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1-\kappa} \right]$

Mayerův vztah - molární teplo při konstantním tlaku

$$C_p = C_v + R = \frac{i}{2} \cdot R + R = \frac{i+2}{2} \cdot R, \quad i \text{ počet stupňů volnosti molekul}$$

Poissonova konstanta $\kappa = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$

Účinnost tepelného stroje $\eta = \frac{W'}{Q_1}, \quad \eta = \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1}$

Přírůstek entropie soustavy při nevratných dějích $dS = \delta Q_2 \cdot \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$

Elektrostatické pole

Coulombův zákon $\vec{F} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r}_o$

Intenzita elektrostatického pole $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

Lineární hustota elektrického náboje $\tau = \frac{dQ}{dl} \quad [\tau] = \text{Cm}^{-1}$

Plošná hustota elektrického náboje $\sigma = \frac{dQ}{dS} \quad [\sigma] = \text{Cm}^{-2}$

Objemová hustota náboje $\rho = \frac{dQ}{dV} \quad [\rho] = \text{Cm}^{-3}$

Tok intenzity elektrostatického pole ploškou dS : $d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E dS \cos\alpha$

Potenciální energie v bodě B elektrostatického pole platí: $E_{pB} = q \int_B^\infty \vec{E} d\vec{r}$

Potenciál elektrostatického pole v daném bodě: $\varphi = \frac{E_p}{q} \text{ [V]} \quad \varphi_B = \int_B^\infty \vec{E} d\vec{r}$

Napětí U mezi body A, B je určeno vztahem $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \int_A^B \vec{E} d\vec{r}$

Potenciál elektrostatického pole v bodě, který je ve vzdálenosti r od bodového náboje Q :

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Potenciál elektrostatického pole soustavy bodových nábojů $\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i$

Kapacita vodiče: $C = \frac{Q}{\varphi}$ Kapacita kondenzátoru: $C = \frac{Q}{U}$

Kapacita deskového kondenzátoru: $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$, kde S je velikost plochy desek a d jejich vzdálenost.

Kapacita kulového kondenzátoru: $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$, kde r_1, r_2 jsou poloměry soustředných ploch.

Energie nabitého kondenzátoru: $E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$

Energie homogenního elektrostatického pole v prostoru o objemu V : $E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 V$,

Objemová hustota energie elektrického pole: $w_e = \frac{E}{V} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$

Energie nehomogenního elektrostatického pole: $E = \frac{1}{2} \int \epsilon_0 E^2 dV$

Susceptibilita dielektrika: $\kappa_e = \frac{E_p}{E}$

Relativní permitivita dielektrika: $\epsilon_r = 1 + \kappa_e$, $E = \frac{E_o}{\epsilon_r}$,

kde E_o je intenzita pole vytvořeného volnými náboji, E_p je a intenzita pole vytvořeného polarizačními náboji a E je intenzita výsledného pole.

Permitivita dielektrika: $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$

Vektor elektrické indukce: $\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$.

Ustálený elektrický proud

Velikost proudu $I = \frac{dQ}{dt}$,

Hustotu proudu $\vec{i} = \frac{dI}{dS} \mathbf{v}^o$, $\vec{i} = \sigma \cdot \vec{E}$. Kde σ je konduktivita (měrná elektrická vodivost) prostředí.
 $\rho = \sigma^{-1}$ je rezistivita (měrný elektrický odpor).

Odpor (rezistance) $R = G^{-1}$, $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$. odpor $[R] = ohm = \Omega$, vodivost $[G] = \Omega^{-1}$

Ohmův zákon v integrálním tvaru $I = \frac{U}{R}$,

Závislost měrného odporu na teplotě $\rho = \rho_o(1 + \alpha t)$,

Výkon sil elektrického pole $P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$,

Joulův-Lenzův zákon (vyvinuté teplo) $dQ = U \cdot I \cdot dt = R \cdot I^2 dt = \frac{U^2}{R} dt$.

Elektromotorické napětí $\mathcal{E} = I(R + r)$. r – vnitřní odpor zdroje

1. Kirchhoffův zákon $\sum I_k = 0$.

2. Kirchhoffův zákon $\sum R_k \cdot I_k = \sum \mathcal{E}_k$