

7. Dopravní úlohy (pokr.)

- Degenerované řešení
- Alternativní řešení
- Nevyrovnaná dopravní úloha

DEGENEROVANÉ ŘEŠENÍ

- Základní řešení je degenerované, jestliže některá ze základních proměnných tohoto řešení je rovna 0.
- Řešení dopravní úlohy je degenerované, pokud některé z $m + n - 1$ obsazených polí je obsazeno hodnotou 0.
- Test optima je shodný jako v případě řešení nedegenerovaného.
- Postup při zlepšování řešení se také nijak neliší.
 - Specifikum: některé „–“ pole obsazeno hodnotou nula → „přepočítáváme“ nulou → „zlepšené“ řešení má stejnou hodnotu účelové funkce (liší se množinou ZP).

DEGENEROVANÉ ŘEŠENÍ

Př.: Určete optimální řešení dopravní úlohy zadané tabulkou:

c_{ij}	S_1	S_2	S_3	S_4	K
D_1	12	18	3	2	600
D_2	20	6	5	3	500
D_3	3	7	12	1	400
P	450	500	400	150	1500

DEGENEROVANÉ ŘEŠENÍ

Řešení:

	S_1	S_2	S_3	S_4	K	Δ_i	u_i
D_1	+ 12 50 3	- 18 0 4	3 400 5	2 150 6	600	1,1	0
D_2	20 × 0	6 500 2	5 × -9	3 × -10	500	2,2	-12
D_3	- 3 400 1	+ 7 × 9	12 × -6	1 × -7	400	2,×	-9
P	450	500	400	150	1500	-	-
Δ_j	9,8	1,12	2,2	1,1	-	-	-
v_j	12	18	3	2	-	-	-

DEGENEROVANÉ ŘEŠENÍ

Řešení:

	S_1	S_2	S_3	S_4	K	u_i
D_1	12 50	18 × 16	3 400	2 150	600	0
D_2	20 × 2	6 500	5 × -7	3 × -8	500	-10
D_3	3 400	7 0	12 × -6	1 × -7	400	-9
P	450	500	400	150	1500	-
v_j	12	16	3	2	-	-

$$X_{OPT} = \begin{pmatrix} 50 & 0 & 400 & 150 \\ 0 & 500 & 0 & 0 \\ 400 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$z_{min} = 5100 \text{ Kč}$$

ALTERNATIVNÍ ŘEŠENÍ

Máme-li obsazených $m + n - 1$ polí a zjistíme, že řešení je optimální (tj. pro všechna neobsazená pole platí $c'_{ij} \leq c_{ij}$) a alespoň pro jedno neobsazené pole platí $c'_{ij} = c_{ij}$, existuje další řešení se stejnou hodnotou účelové funkce, tzv. **alternativní řešení**.

Postup nalezení alternativního řešení je shodný s hledáním optimálního řešení. Pole, pro které platí $c'_{ij} = c_{ij}$, je klíčové pole (vstupující proměnná).

→ Sestrojíme uzavřený okruh a známým způsobem přepočteme tabulku.

ALTERNATIVNÍ ŘEŠENÍ

Př.: Určete optimální řešení dopravní úlohy zadané tabulkou:

c_{ij}	S_1	S_2	S_3	S_4	K
D_1	16	8	9	1	600
D_2	15	1	8	14	800
D_3	4	6	8	5	200
P	300	300	600	400	1600

ALTERNATIVNÍ ŘEŠENÍ

Řešení:

	S_1	S_2	S_3	S_4	K	Δ_j	u_j
D_1	$\begin{array}{r} - \\ 100 \\ \\ 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ \times \\ 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} + \\ 100 \\ \\ 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 400 \\ 2 \end{array}$	600	7,7,1,7	0
D_2	$\begin{array}{r} + \\ \\ \times \\ 15 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 300 \\ 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} - \\ \\ 500 \\ 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 \\ \times \\ 0 \end{array}$	800	7,7,7,7	-1
D_3	$\begin{array}{r} 4 \\ 200 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ \times \\ -10 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ \times \\ -3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ \times \\ -11 \end{array}$	200	1,×	-12
P	300	300	600	400	1600	-	-
Δ_j	11,1,1,1	5,7,7,×	0,1,1,1	4,13,×	-	-	-
v_j	16	2	9	1	-	-	-

ALTERNATIVNÍ ŘEŠENÍ

Řešení:

	S_1	S_2	S_3	S_4	K	u_j
D_1	16 × 16	8 × 2	9 200	1 400	600	0
D_2	15 100	1 300	8 400	14 × 0	800	-1
D_3	4 200	6 × -10	8 × -3	5 × -11	200	-12
P	300	300	600	400	1600	-
v_j	16	2	9	1	-	-

$$X_{OPT,1} = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 100 & 400 \\ 0 & 300 & 500 & 0 \\ 200 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, X_{OPT,1} = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 100 & 400 \\ 0 & 300 & 500 & 0 \\ 200 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$z_{min} = 8000 \text{ Kč}$$

ALTERNATIVNÍ ŘEŠENÍ

NEZÁKLADNÍ OPTIMÁLNÍ ŘEŠENÍ

- Má-li dopravní úloha jediné optimální řešení, jedná se o základní řešení.
- Má-li úloha alternativní řešení (více základních optimálních řešení), může mít i nezákladní optimální řešení.
- Přepoččet neprovádíme s minimem z „–“ polí, ale přepočtením hodnoty z intervalu $\left(0, \min_{\text{„–“ pole}} \{x_{ij}\}\right)$.
(počet řešení – úloha celočíselná vs. reálné hodnoty)
- V našem příkladu $\min_{\text{„–“ pole}} \{x_{ij}\} = 100$. Každé nezákladní optimální řešení bychom získali přepočtem hodnot 1, 2, 3, ..., 99 v uzavřeném okruhu $\rightarrow$ celkem 101 optimálních řešení (2 + 99).

NEVYROVNANÁ DOPRAVNÍ ÚLOHA

Jestliže součet kapacit dodavatelů se nerovná součtu požadavků odběratelů, tj. $\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j$, pak úloha je *nevyrovnaná*.

Nevyrovnanou úlohu převádíme na úlohu vyrovnanou (kterou už umíme řešit) zavedením fiktivního činitele:

- je-li $\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$, *fiktivního dodavatele* D_f s kapacitou

$$a_f = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i \text{ a sazbami } c_{ff} = 0, j = 1, 2, \dots, n.$$

- Při řešení vzniklé úlohy (vyrovnané) na všechny dodavatele pohlížíme stejně.
- Zboží dodané D_f ve skutečnosti nebude dodáno.

NEVYROVNANÁ DOPRAVNÍ ÚLOHA

- je-li $\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$, zavedeme *fiktivního spotřebitele* S_f

s požadavkem $b_f = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$

a sazbami $c_{if} = 0, i = 1, 2, \dots, m.$

- Při řešení vzniklé úlohy (vyrovnané) na všechny spotřebitele pohlížíme stejně.
- Zboží požadované S_f ve skutečnosti nebude dodáno (zůstane na skladě dodavatelům).

NEVYROVNANÁ DOPRAVNÍ ÚLOHA

Př.: Určete optimální řešení dopravní úlohy zadané tabulkou:

c_{ij}	S_1	S_2	S_3	K
D_1	11	18	2	40
D_2	14	5	4	20
D_3	2	6	9	16
P	18	36	16	