

Cvičení 5

1. Určete stupeň polynomu a vypište koeficienty u jednotlivých mocnin.

a) $P(x) = x^3 + 2x^2 + 1$, b) $P(x) = x^2 + 1$, c) $P(x) = 3$,
d) $P(x) = (3x^2 + 5x + 3)x$, e) $P(x) = (x - 2)(x + 1)$, f) $P(x) = x^5$
g) $P(x) = x^2 + 3x^3 - 2x^4$ h) $P(x) = 3 - x^2$

2. Nalezněte kořeny polynomu

a) $P(x) = (x + 3)(x - 2)$, b) $P(x) = (x - 3)^4$, c) $P(x) = x(x - 2)^2(x + 1)$,
d) $P(x) = x^3 - x$, e) $P(x) = x^2 - 2x - 3$,

3. Vydělte polynomy:

a) $R(x) = \frac{x^4}{x^2+2}$, b) $R(x) = \frac{x-1}{x+1}$, c) $R(x) = \frac{x^2-2x-3}{x-3}$, d) $R(x) = \frac{6x^3+2x^2+3}{2x^2}$,

4. Pomocí Hornerova schématu vypočítejte funkční hodnotu mnohočlenu $P(x)$ v zadaných bodech:

$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 14x + 15$, a) $x_1 = -1$, b) $x_2 = 1$, c) $x_3 = 2$, d) $x_4 = 3$

O daných bodech rozhodněte, zda se jedná o kořen.

5. Najděte všechny kořeny daného mnohočlenu. Polynom rozložte na součin v reálném oboru.

a) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$, b) $P(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12$

6. Užitím algebraických vzorců, vytýkání a Hornerova schématu rozložte na součin v reálném a komplexním oboru mnohočlen:

a) $P(x) = x^4 + 8x$, b) $P(x) = x^4 - 2x^2 + 3x - 2$, c) $P(x) = x^4 - x^3 - x^2 - x - 2$,
d) $P(x) = x^3 - 7x + 6$.

7. (Až na další cvičení.) Určete znaménko mnohočlenu a načrtněte jeho graf

a) $P(x) = x^5 + x^4 - 7x^3 + x^2 + 10x - 6$,
b) $P(x) = x^5 - x^4 - 10x^3 - 5x^2 - 21x + 36$,
c) $P(x) = 2x^5 - 7x^4 + 8x^3 - 3x^2$

Výsledky:

Př 1.

a) stupeň 3 b) stupeň 2 c) stupeň 0 d) stupeň 3 e) stupeň 2 f) stupeň 5 g) stupeň 4 h) stupeň 2

Př 2.

a) $x_1 = -3, x_2 = 2$ b) $x_{1,2,3,4} = 3$ c) $x_1 = 0, x_{2,3} = 2, x_4 = -1$
d) $x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = 1$ e) $x_1 = 3, x_2 = -1$

Př 3.

a) $R(x) = x^2 - 1 + \frac{2}{x^2+2}$ b) $R(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$ c) $R(x) = x + 1, x \neq 3$ d) $R(x) = 3x + 1 + \frac{3}{2x^2}$,

Př 4.

a) $P(-1) = 24, x = -1$ není kořen b) $P(1) = 0, x = 1$ je kořen
c) $P(2) = -9, x = 2$ není kořen, d) $P(3) = 0, x = 3$ je kořen

Př 5.

a) $x_{1,2,3} = 1, P(x) = (x - 1)^3$, b) $x_{1,2} = 2, x_3 = -3, P(x) = (x + 3)(x - 2)^2$

Př 6.

a) v \mathbb{R} : $P(x) = x(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$, v \mathbb{C} : $P(x) = x(x + 2)(x - 1 - \sqrt{3}i)(x - 1 + \sqrt{3}i)$,
b) v \mathbb{R} : $P(x) = (x + 2)(x - 1)(x^2 - x + 1)$, v \mathbb{C} : $P(x) = (x + 2)(x - 1)(x - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i)(x - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)$,
c) v \mathbb{R} : $P(x) = (x - 2)(x + 1)(x^2 + 1)$, v \mathbb{C} : $P(x) = (x - 2)(x + 1)(x + i)(x - i)$,
d) v \mathbb{R} : $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 3)$, v \mathbb{C} : $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 3)$.

Př 7.

a) $P(x) = (x + 3)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 1)^2$, b) $P(x) = (x - 1)(x - 4)(x + 3)(x^2 + x + 3)$
c) $P(x) = x^2(2x - 3)(x - 1)^2$ Znaménka a graf: také udělat :-)