CVIČENÍ 8

PŘÍKLADY 8.1: Diktát.

a) $f(x) = 5$, $\quad f'(x) = 0$,

b) $f(x) = \ln 2$, $\quad f'(x) = 0$,

c) $f(x) = x^2$, $\quad f'(x) = 2x$,

d) $f(x) = \sqrt{x}$, $\quad f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$,

e) $f(x) = \textit{výsledek předešlého}$, $\quad f'(x) = -\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{4x\sqrt{x}}$,

f) $f(x) = \sin x$, $\quad f'(x) = \cos x$,

g) $f(x) = \cos x$, $\quad f'(x) = -\sin x$,

h) $f(x) = \operatorname{cotg} x$, $\quad f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$,

i) $f(x) = 2^x$, $\quad f'(x) = 2^x \ln 2$,

j) $f(x) = \mathrm{e}^x$, $\quad f'(x) = \mathrm{e}^x$,

k) $f(x) = \ln x$, $\quad f'(x) = \frac{1}{x}$,

l) $f(x) = \arcsin x$, $\quad f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$,

m) $f(x) = \operatorname{arccotg} x$, $\quad f'(x) = -\frac{1}{1+x^2}$

PŘÍKLADY 8.2: Určete derivaci k funkci f.

a) $f(x) = 1$

b) $f(x) = x + \sqrt{2}$

c) $f(x) = 5x^4 - 3x^2 + 8x - 3$

d) $f(x) = \dfrac{x^3}{3} - x^2 + x$

e) $f(x) = 3x^3 - 2\sqrt{x} + \dfrac{1}{x^3}$

f) $f(x) = x^5 + 4x^3 + \dfrac{2}{x^5}$

g) $f(x) = x^2 - \dfrac{1}{2x^2} + 2\sqrt{x}$

h) $f(x) = 41x^2 - 2x + \dfrac{10}{\pi}\ln 3$

i) $f(x) = \dfrac{3}{5x^3} + 5\sqrt[3]{x} + \dfrac{5}{3\sqrt[4]{x^3}}$

j) $f(x) = \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x^3} + \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

k) $f(x) = x(x^2 + 3) + \mathrm{e}^2$

l) $f(x) = 4x(x+1)(x-1)$

m) $f(x) = \dfrac{x-2}{x}$

n) $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x + 5}{x}$

o) $f(x) = x\left(\dfrac{5}{x^2} + \dfrac{x^3}{8}\right)$

p) $f(x) = \mathrm{e}^x\left(1 + \dfrac{x}{\mathrm{e}^x}\right)$

q) $f(x) = 5x^{20} + \sqrt{2}x^{\sqrt{2}}$

r) $f(x) = 2x^3 + 5\sin x - \dfrac{1}{3}\operatorname{cotg} x + 3\sqrt[3]{x^2}$

s) $f(x) = \arcsin x + \arccos x$

t) $f(x) = 2x^3 - \dfrac{5}{3x^2} + 3 - 4\sqrt[3]{x^2} + \dfrac{1}{2\sqrt[4]{x}}$

Výsledky:

a) $f(x) = 0$

b) $f(x) = 1$

c) $f(x) = 20x^3 - 6x + 8$

d) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

e) $f(x) = 9x^2 - \dfrac{1}{\sqrt{x}} - \dfrac{3}{x^4}$

f) $f(x) = 5x^4 + 12x^2 - \dfrac{10}{x^6}$

g) $f(x) = 2x + \dfrac{1}{x^3} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

h) $f(x) = 82x - 2$

i) $f(x) = -\dfrac{9}{5x^4} + \dfrac{5}{3\sqrt[3]{x^2}} - \dfrac{5}{4\sqrt[4]{x^7}}$

j) $f(x) = -\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{6}{x^4} - \dfrac{1}{4\sqrt{x^3}}$

k) $f(x) = 3x^2 + 3$

l) $f(x) = 12x^2 - 4$

m) $f(x) = \dfrac{2}{x^2}$

n) $f(x) = 1 - \dfrac{5}{x^2}$

o) $f(x) = -\dfrac{5}{x^2} + \dfrac{x^3}{2}$

p) $f(x) = \mathrm{e}^x + 1$

q) $f(x) = 100x^{19} + 2x^{\sqrt{2}-1}$

r) $f(x) = 6x^2 + 5\cos x + \dfrac{1}{3\sin^2 x} + \dfrac{2}{\sqrt[3]{x}}$

s) $f(x) = 0$

t) $f(x) = 6x^2 + \dfrac{10}{3x^3} - \dfrac{8}{3\sqrt[3]{x}} - \dfrac{1}{8\sqrt[4]{x^5}}$

PŘÍKLADY 8.3: Určete derivaci k funkci f.

a) $f(x) = x\cos x$

b) $f(x) = \mathrm{e}^x(x^2 - 5x + 6)$

c) $f(x) = x^3\mathrm{e}^x$

d) $f(x) = \mathrm{e}^x x^2(x - 3)$

e) $f(x) = x\ln x$

f) $f(x) = (x^2 + 1)\operatorname{arccotg} x + x$

g) $f(x) = x^2\operatorname{cotg} x$

h) $f(x) = \sqrt{x}\cos x$

i) $f(x) = (\sin x)\cos x$

j) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}\operatorname{arctg} x$

k) $f(x) = x^3\ln x$

l) $f(x) = 2\sin x + 2\cos x + (\operatorname{tg} x)\operatorname{cotg} x$

m) $f(x) = 2^x\ln x$

n) $f(x) = (\log_3 x)\cos x$

o) $f(x) = \mathrm{e}^x\operatorname{tg} x$

p) $f(x) = x\mathrm{e}^x\cos x$

q) $f(x) = x\sqrt[3]{x}\mathrm{e}^x$

r) $f(x) = (x^2 + 1)(\cos x)\sin x$

Výsledky:

a) $f(x) = \cos x - x\sin x$

b) $f(x) = \mathrm{e}^x(x^2 - 3x + 1)$

c) $f(x) = \mathrm{e}^x x^2(x + 3)$

d) $f(x) = \mathrm{e}^x x(x^2 - 6)$

e) $f(x) = \ln x + 1$

f) $f(x) = 2x\operatorname{arccotg} x$

g) $f(x) = 2x\operatorname{cotg} x - \dfrac{x^2}{\sin^2 x}$

h) $f(x) = \dfrac{\cos x}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x}\sin x$

i) $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$

j) $f(x) = \dfrac{2}{3\sqrt[3]{x}}\operatorname{arctg} x + \dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{x^2 + 1}$

k) $f(x) = 3x^2\ln x + x^2$

l) $f(x) = 2\cos x - 2\sin x$

m) $f(x) = 2^x\ln 2\ln x + \dfrac{2^x}{x}$

n) $f(x) = \dfrac{\cos x}{x\ln 3} - (\log_3 x)\sin x$

o) $f(x) = \mathrm{e}^x\operatorname{tg} x + \dfrac{\mathrm{e}^x}{\cos^2 x}$

p) $f(x) = \mathrm{e}^x(\cos x + x\cos x - x\sin x)$

q) $f(x) = \dfrac{1}{3}\sqrt[3]{x}\mathrm{e}^x(4 + 3x)$

r) $f(x) = 2x(\cos x)\sin x + (x^2 + 1)(\cos^2 x - \sin^2 x)$

PŘÍKLADY 8.4: Určete derivaci k funkci f.

a) $f(x) = \dfrac{x+1}{x}$

b) $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$

c) $f(x) = \dfrac{x^3-2}{x^2}$

d) $f(x) = \dfrac{4}{x+3}$

e) $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x^2+1}$

f) $f(x) = \dfrac{1}{x-2} \cdot \dfrac{x^2}{2}$

g) $f(x) = \dfrac{x(x+1)}{x^2-1}$

h) $f(x) = \dfrac{x}{2x^2+6}$

i) $f(x) = \dfrac{1+x-x^2}{1-x+x^2}$

j) $f(x) = \dfrac{-2x}{(2-x)(2+x)}$

k) $f(x) = \dfrac{e^x}{x+1}$

l) $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{\sin x}$

m) $f(x) = \dfrac{\cos x}{1-\sin x}$

n) $f(x) = \dfrac{\operatorname{arctg} x}{\ln x}$

o) $f(x) = \dfrac{x^3 \sin x}{\cos x - 1}$

p) $f(x) = \dfrac{(x^2+1)\operatorname{arctg} x}{\ln x}$

q) $f(x) = \dfrac{(\ln 3)\sin x + \cos x}{3^x}$

r) $f(x) = \dfrac{xe^x}{x+1}$

Výsledky:

a) $f(x) = -\dfrac{1}{x^2}$

b) $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)^2}$

c) $f(x) = \dfrac{x^3+4}{x^3}$

d) $f(x) = -\dfrac{4}{(x+3)^2}$

e) $f(x) = -\dfrac{4x}{(x^2+1)^2}$

f) $f(x) = \dfrac{x(x-4)}{2(x-2)^2}$

g) $f(x) = -\dfrac{1}{(x-1)^2}$

h) $f(x) = \dfrac{3-x^2}{2(x^2+3)^2}$

i) $f(x) = \dfrac{-4x+2}{(1-x+x^2)^2}$

j) $f(x) = \dfrac{-2x^2-8}{(x^2-4)^2}$

k) $f(x) = \dfrac{xe^x}{(x+1)^2}$

l) $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x \sin x - \mathrm{e}^x \cos x}{\sin^2 x}$

m) $f(x) = \dfrac{1}{1-\sin x}$

n) $f(x) = \dfrac{x \ln x - (1+x^2)\operatorname{arctg} x}{x(1+x^2)\ln x}$

o) $f(x) = \dfrac{3x^2 \sin x - x^3}{\cos x - 1}$

p) $f(x) = \dfrac{(2x \arctan x + 1)x \ln x - (x^2+1)\operatorname{arctg} x}{x \ln^2 x}$

q) $f(x) = \dfrac{-\sin x(\ln^2 3 + 1)}{3^x}$

r) $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x(x^2+x+1)}{(x+1)^2}$

Vytisknout, rozstříhat a rozdat lepším studentům: (je zde nakopírovaná třikrát stejná verze)

PŘÍKLADY: Určete derivaci k funkci f.

a) $f(x) = \dfrac{2x^2+x+1}{4x^2+2x}$ b) $f(x) = \sqrt{x}(x^4+x-1)$ c) $f(x) = (\sqrt{x}+1)\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}+1\right)$

d) $f(x) = \dfrac{x^2}{1+\operatorname{cotg} x}$ e) $f(x) = (14+x^4+2\operatorname{tg} x)\cos x$ f) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{2}\operatorname{arctg} x - \dfrac{x}{2}$

Výsledky:

a) $f'(x) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{4x+1}{(2x^2+x)^2}$ b) $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x}(9x^4+3x-1)}{2x}$ c) $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x}(x-1)}{2x^2}$

d) $f'(x) = \dfrac{2x\sin x}{\sin x+\cos x} + \dfrac{x^2}{1+\sin 2x}$ e) $f'(x) = (4x^3+2)\cos x - (x^4+14)\sin x$ f) $f'(x) = x\operatorname{arctg} x$

PŘÍKLADY: Určete derivaci k funkci f.

a) $f(x) = \dfrac{2x^2+x+1}{4x^2+2x}$ b) $f(x) = \sqrt{x}(x^4+x-1)$ c) $f(x) = (\sqrt{x}+1)\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}+1\right)$

d) $f(x) = \dfrac{x^2}{1+\operatorname{cotg} x}$ e) $f(x) = (14+x^4+2\operatorname{tg} x)\cos x$ f) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{2}\operatorname{arctg} x - \dfrac{x}{2}$

Výsledky:

a) $f'(x) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{4x+1}{(2x^2+x)^2}$ b) $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x}(9x^4+3x-1)}{2x}$ c) $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x}(x-1)}{2x^2}$

d) $f'(x) = \dfrac{2x\sin x}{\sin x+\cos x} + \dfrac{x^2}{1+\sin 2x}$ e) $f'(x) = (4x^3+2)\cos x - (x^4+14)\sin x$ f) $f'(x) = x\operatorname{arctg} x$

PŘÍKLADY: Určete derivaci k funkci f.

a) $f(x) = \dfrac{2x^2+x+1}{4x^2+2x}$ b) $f(x) = \sqrt{x}(x^4+x-1)$ c) $f(x) = (\sqrt{x}+1)\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}+1\right)$

d) $f(x) = \dfrac{x^2}{1+\operatorname{cotg} x}$ e) $f(x) = (14+x^4+2\operatorname{tg} x)\cos x$ f) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{2}\operatorname{arctg} x - \dfrac{x}{2}$

Výsledky:

a) $f'(x) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{4x+1}{(2x^2+x)^2}$ b) $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x}(9x^4+3x-1)}{2x}$ c) $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x}(x-1)}{2x^2}$

d) $f'(x) = \dfrac{2x\sin x}{\sin x+\cos x} + \dfrac{x^2}{1+\sin 2x}$ e) $f'(x) = (4x^3+2)\cos x - (x^4+14)\sin x$ f) $f'(x) = x\operatorname{arctg} x$