

## Cvičení 10

1. Najděte rovnici tečny a normály ke grafu funkce  $f$  v bodě  $T$ :

a)  $f(x) = \ln x$ , v bodě  $T = [e, ?]$ ,

b)  $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x + 1}$ , v bodě  $T = \left[-\frac{1}{2}, ?\right]$ ,

c)  $f(x) = \arctg \sqrt{x^2 - 1}$ , v bodě  $T = [\sqrt{2}, ?]$ .

2. Pomocí L'Hospitalova pravidla vypočítejte limity typu  $\left[\frac{0}{0}\right]$  nebo  $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ :

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 8x + 15}$ ,

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{3x}$ ,

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\ln x}$ ,

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x(3 + x)}$ ,

e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x) + 1}{(x - 1)^2}$ ,

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2}$ ,

g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ .

h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$ .

3. Pomocí L'Hospitalova pravidla vypočítejte limity:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x}$ ,

b)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x(e^{1/x} - 1)$ ,

c)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \operatorname{tg} x$ ,

d)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} (\ln x) \ln(1 - x)$ .

4. Pomocí L'Hospitalova pravidla vypočítejte limity:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x}\right)$ ,

b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{1}{1 - x} - \frac{1}{\ln x}\right)$ ,

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x}\right)$ .

5. Pomocí L'Hospitalova pravidla vypočítejte limitu: **(nedělat)**

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 1)^{\frac{1}{x}}$ ,

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2}{x-1}}$ .

## Výsledky

1. a)  $t : y = \frac{1}{e}x$ ,  $n : y = -ex + e^2 + 1$ ,

b)  $t : y = -2x - 2$ ,  $n : y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ,

c)  $t : y = \frac{1}{\sqrt{2}}x - 1 + \frac{\pi}{4}$ ,  $n : y = -\sqrt{2}x + 2 + \frac{\pi}{4}$ ,

2. a)  $-\frac{1}{2}$ ,

b) 0,

c) 1,

d)  $\frac{1}{3}$ ,

e)  $\frac{\pi^2}{2}$ ,

f)  $\frac{1}{2}$ ,

g)  $\frac{1}{6}$ ,

h)  $-\frac{1}{3}$ .

3. a) 0,

b) 1,

c) 1,

d) 0.

4. a) 0,

b)  $\infty$ ,

c) 0.

5. a) 1,

b) 1,

c) 2.