Cvičení 11

1. Najděte definiční obor, lokální extrémy a maximální intervaly monotonie následujících funkcí:
   a) $f(x) = x^2(x^2 - 18)$, b) $f(x) = x - 2\ln x$, c) $f(x) = 4x^3 - 18x^2 + 27x - 7$,
   d) $f(x) = \dfrac{3 - x^2}{x + 2}$, e) $f(x) = x - \operatorname{arctg} 2x$ f) $f(x) = (x^2 - 2x + 1)\mathrm{e}^{2x+1}$
   g) $f(x) = \dfrac{2x}{x^2 + 1}$.

2. Nedělat: Najděte definiční obor, lokální extrémy a maximální intervaly monotonie následujících funkcí:
   a) $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{x^2 + x + 1}$.

3. Začít intervaly monotonie a konvexnost/konkávnost z cvičení 12, pokud to půjde dobře

Výsledky

1. a) mezivýpočet: $D(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) \overset{\text{po úpravě}}{=} 4x(x-3)(x+3)$,
   výsledek: roste na $\langle -3,\ 0\rangle$ a $\langle 3,\ \infty)$, klesá na $(-\infty,\ -3\rangle$ a $\langle 0,\ 3\rangle$;
   max: $f(0) = 0$, min: $f(-3) = -81$, min: $f(3) = -81$,
   b) mezivýpočet: $D(f) = (0, \infty)$, $f'(x) \overset{\text{po úpravě}}{=} \dfrac{x-2}{x}$,
   výsledek: klesá na $(0,\ 2\rangle$, roste na $\langle 2,\ \infty)$; max nemá, min: $f(2) = 2 - 2\ln 2$,
   c) mezivýpočet: $D(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) \overset{\text{po úpravě}}{=} 3(2x-3)^2$,
   výsledek: roste na $(-\infty,\ 3/2\rangle$ a $\langle 3/2,\ \infty)$, nemá extrém;
   d) mezivýpočet: $D(f) = (-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$, $f'(x) \overset{\text{po úpravě}}{=} \dfrac{-(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$,
   výsledek: roste na $\langle -3,\ -2)$ a $(-2,\ -1\rangle$, klesá na $(-\infty,\ -3\rangle$ a $\langle -1,\ \infty)$;
   max nemá, min: $f(-3) = 6$, max: $f(-1) = 2$,
   e) mezivýpočet: $D(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) \overset{\text{po úpravě}}{=} \dfrac{(2x-1)(2x+1)}{4x^2+1}$,
   výsledek: roste na $(-\infty,\ -1/2\rangle$ a $\langle 1/2,\ \infty)$, klesá na $\langle -1/2,\ 1/2\rangle$;
   max: $f\left(\dfrac{-1}{2}\right) = \dfrac{-1}{2} + \dfrac{\pi}{4}$, min: $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\pi}{4}$,
   f) mezivýpočet: $D(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) \overset{\text{po úpravě}}{=} 2x(x-1)\mathrm{e}^{2x+1}$,
   výsledek: roste na $(-\infty,\ 0\rangle$ a $\langle 1,\ \infty)$, klesá na $\langle 0,\ 1\rangle$; max: $f(0) = \mathrm{e}$, min: $f(1) = 0$,
   g) mezivýpočet: $D(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) \overset{\text{po úpravě}}{=} \dfrac{-2(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$,
   výsledek: roste na $\langle -1,\ 1\rangle$, klesá na $(-\infty,\ -1\rangle$ a $\langle 1, \infty)$; max: $f(1) = 1$, min: $f(-1) = -1$

2. a) mezivýpočet: $D(f) = \mathbb{R}$, $f'(x) \overset{\text{po úpravě}}{=} \dfrac{\mathrm{e}^x x(x-1)}{(x^2+x+1)^2}$,
   výsledek: roste na $(\infty,\ 0)$ a $(1,\ \infty)$, klesá na $\langle 0,\ 1\rangle$; max: $f(0) = 1$, min: $f(1) = \dfrac{\mathrm{e}}{3}$