

Cvičení 14

1. Vypočtete přírůstek $\Delta y = f(x_0 + h) - f(x_0)$ pro dané h a srovnajte výsledek s dy :

a) $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x} + 2$, $x_0 = 1$, $h = 0,1$.

2. Vypočtete diferenciál funkce $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$:

a) v obecném bodě x_0 pro přírůstek $h = 1$,

b) v obecném bodě x_0 pro přírůstek $h = -0,01$,

c) bodě $x_0 = 2$ pro přírůstek $h = 0,01$.

3. Vypočtete diferenciál funkce f v bodě x_0 pro daný přírůstek h .

a) $f(x) = 4x^2 + \sqrt[3]{x}$, $x_0 = 1$, $h = 0,2$.

4. Najděte Taylorův mnohočlen druhého řádu funkce f v bodě x_0 :

a) $f(x) = \frac{2x}{x+3}$, $x_0 = -1$,

b) $f(x) = 6\sqrt{2x-3}$, $x_0 = 2$.

5. Najděte Taylorův mnohočlen třetího řádu funkce f v bodě x_0 :

a) $f(x) = \ln(2x+1)$, $x_0 = 1$,

b) $f(x) = \cos \frac{x}{2}$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$,

c) $f(x) = e^{\frac{x}{2}}$, $x_0 = 1$.

6. Najděte Maclaurinův mnohočlen třetího řádu funkce f :

a) $f(x) = 2\sqrt{x+4}$,

b) $f(x) = 2^x$,

c) $f(x) = \sin(2x)$.

Výsledky

1. a) $\Delta y = f(x_0 + h) - f(x_0) = 0,5390\dots$, $dy = df(x_0)(h) = 0,5$

2. a) $df(x_0)(h) = \frac{2x_0}{(x_0^2 + 1)^2}$,

b) $df(x_0)(h) = \frac{-0,02x_0}{(x_0^2 + 1)^2}$,

c) $df(2)(0,01) = 0,0016$

3. a) $df(1)(0,2) = \frac{5}{3}$

4. a) $-1 + \frac{3}{2}(x+1) - \frac{3}{4}(x+1)^2$,

b) $6 + 6(x-2) - 3(x-2)^2$

5. a) $\ln 3 + \frac{2}{3}(x-1) - \frac{2}{9}(x-1)^2 + \frac{8}{81}(x-1)^3$,

b) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{\sqrt{2}}{16}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + \frac{\sqrt{2}}{96}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^3$

c) $\sqrt{e} + \frac{\sqrt{e}}{2}(x-1) + \frac{\sqrt{e}}{8}(x-1)^2 + \frac{\sqrt{e}}{48}(x-1)^3$,

6. a) $4 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{32}x^2 + \frac{1}{256}x^3$,

b) $1 + x \ln 2 + \frac{\ln^2 2}{2}x^2 + \frac{\ln^3 2}{6}x^3$,

c) $2x - \frac{4}{3}x^3$