

Cvičení 17

1. Integrujte pomocí rozkladu na parciální zlomky: (stihnout a)-d))

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \frac{1}{x(x+2)} dx, & \text{b) } \int \frac{1}{x^3-x^2} dx, & \text{c) } \int \frac{x}{(x+1)(2x+1)} dx, \\ \text{d) } \int \frac{9x^2+4x+5}{(x+1)(x^2+1)} dx. & \text{e) } \int \frac{3x^2+3x+1}{x(x^2+2x+1)} dx, & \text{f) } \int \frac{5x+13}{x^2+6x+5} dx, \end{array}$$

2. Integrujte neryze lomené racionální funkce: (stihnout a), b))

$$\text{a) } \int \frac{x^4}{x^2+1} dx, \quad \text{b) } \int \frac{x}{x+4} dx, \quad \text{c) } \int \frac{x^2}{x^2+2} dx, \quad \text{d) } \int \frac{x^2}{x^2-4x+3} dx.$$

3. Integrujte dané funkce: (stihnout a), b))

$$\text{a) } \int \sin^3 x \cos x dx, \quad \text{b) } \int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx, \quad \text{c) } \int \cos^3 x \sin^4 x dx, \quad \text{d) } \int \cos^3 x dx.$$

4. Integrujte dané funkce: (stihnout a), b))

$$\text{a) } \int \frac{\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}} dx, \quad \text{b) } \int \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1} dx, \quad \text{c) } \int \frac{\sqrt{x}}{x(1+\sqrt[3]{x})\sqrt[3]{x}} dx, \quad \text{d) } \int \frac{\sqrt[4]{x+1}}{(1+\sqrt{x+1})\sqrt{x+1}} dx.$$

5. (Nedělat) Integrujte dané funkce:

$$\text{a) } \int \frac{(1-\cos^2 x) \sin x}{4+\cos^2 x} dx, \quad \text{b) } \int \frac{\sin^3 x(1-2\cos x)}{\cos^3 x} dx, \quad \text{c) } \int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x+1} dx.$$

Výsledky

$$\begin{array}{lll} \text{1. a) } \frac{1}{2} \ln|x| - \frac{1}{2} \ln|x+2| + c, & \text{b) } \frac{1}{x} - \ln|x| + \ln|x-1| + c, & \text{c) } \ln|x+1| - \frac{\ln|2x+1|}{2} + c, \\ \text{d) } 5 \ln|x+1| + 2 \ln(x^2+1) + c, & \text{e) } \frac{1}{x+1} + 2 \ln|x+1| + \ln|x| + c, & \text{f) } 2 \ln|x+1| + 3 \ln|x+5| + c \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{2. a) } \frac{x^3}{3} - x + \operatorname{arctg} x + c, & \text{b) } x - 4 \ln|x+4| + c, & \text{c) } x - \sqrt{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right) + c, \\ \text{d) } x + \frac{9}{2} \ln|x-3| - \frac{1}{2} \ln|x-1| + c \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{3. a) } \frac{\sin^4 x}{4} + c, & \text{b) } -\frac{1}{\sin x} - \sin x + c, & \text{c) } \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c, \\ \text{d) } \sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + c \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{4. a) } 2\sqrt{x} + 4 \ln(\sqrt{x}-1) + c, & \text{b) } \frac{4}{5} \sqrt[4]{x^5} + x + c, \\ \text{c) } 6 \operatorname{arctg} \sqrt[6]{x} + c, & \text{d) } 4 \sqrt[4]{x+1} + 4 \operatorname{arctg} \sqrt[4]{x+1} + c \end{array}$$

$$\text{5. a) } \cos x - \frac{5}{2} \operatorname{arctg} \frac{\cos x}{2} + c, \quad \text{b) } \frac{1}{2 \cos^2 x} - 2 \cos x - \frac{2}{\cos x} + \ln|\cos x| + c, \quad \text{c) } 2 \operatorname{arctg} \sin x - \sin x + c$$