

Úkol 10

1. **Všechny příklady:** Integrujte pomocí rozkladu na parciální zlomky (pokud lze rozložit):

$$\text{a) } \int \frac{5x + 13}{x^2 + 6x + 5} dx, \quad \text{b) } \int \frac{9x^2 - 7x + 3}{(x - 2)(x^2 + 1)} dx, \quad \text{c) } \int \frac{x + 3}{x^2 + 1} dx, \quad \text{d) } \int \frac{x^2 - 4x + 18}{(x - 1)^2(x + 4)} dx.$$

2. **Všechny příklady:** Integrujte neryze lomené racionální funkce:

$$\text{a) } \int \frac{x + 3}{x - 3} dx, \quad \text{b) } \int \frac{3x^4 + 3x^2 + 8}{x^2 + 1} dx.$$

3. **Libovolný 1 z příkladů:** Integrujte dané funkce:

$$\text{a) } \int \cos^3 x \sin^4 x dx, \quad \text{b) } \int \frac{\sin(2x)}{\cos^4 x} dx.$$

4. **Dobrovolné příklady:** Integrujte dané funkce:

$$\text{a) } \int \frac{x - 1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} dx, \quad \text{b) } \int \frac{6}{\sqrt{x}(x + 1)} dx.$$

Výsledky

$$1. \text{ a) } \int \left(\frac{3}{x + 5} + \frac{2}{x + 1} \right) dx = 3 \ln |x + 5| + 2 \ln |x + 1| + c,$$

$$\text{b) } \int \left(\frac{5}{x - 2} + \frac{4x + 1}{x^2 + 1} \right) dx = 5 \ln |x - 2| + 2 \ln(x^2 + 1) + \operatorname{arctg} x + c,$$

$$\text{c) } \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + 3 \operatorname{arctg} x + c,$$

$$\text{d) } \int \left(\frac{2}{x + 4} - \frac{1}{x - 1} + \frac{3}{(x - 1)^2} \right) dx = 2 \ln |x + 4| - \ln |x - 1| - \frac{3}{x - 1} + c$$

$$2. \text{ a) } \int \left(1 + \frac{6}{x - 3} \right) dx = x + 6 \ln |x - 3| + c,$$

$$\text{b) } \int \left(3x^2 + \frac{8}{x^2 + 1} \right) dx = x^3 + 8 \operatorname{arctg} x + c$$

$$3. \text{ a) } \frac{1}{5} \sin^5 x - \frac{1}{7} \sin^7 x + c,$$

$$\text{b) } \int \frac{2 \sin x \cos x}{\cos^4 x} dx = \frac{1}{\cos^2 x} + c$$

$$4. \text{ a) } \frac{1}{2} x + \sqrt{x} + c,$$

$$\text{b) } 12 \operatorname{arctg} \sqrt{x} + c$$