Cvičení 4

1. K funkci f určete definiční obor na kterém je prostá. Určete také obor hodnot a nalezněte inverzní funkci f^{-1}. Funkce f a f^{-1} NEkreslete.

a) $f(x): \ y = 1 - \frac{x+1}{2}$, b) $f(x): \ y = \sqrt{x-1}$, c) $f(x): \ y = 1 - \mathrm{e}^x$,
d) $f(x): \ y = 3\ln(2-x)$, e) $f(x): \ y = 2x^2 - 1, \ 0 \leq x$,

2. K funkci f určete definiční obor na kterém je prostá. Určete také obor hodnot a nalezněte inverzní funkci f^{-1}. Funkce f a f^{-1} NEkreslete.

a) $f(x): \ y = \sin(2x)$, b) $f(x): \ y = 2\cos\frac{x}{4}$, c) $f(x): \ y = 1 + \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$,
d) $f(x): \ y = \pi - \arcsin(x-1)$, e) $f(x): \ y = 2 - \mathrm{arccotg}(x-2)$, f) $f(x): \ y = 2\sin(3x-1)$,

Výsledky:

Příklad 1:

a) $D(f) = \mathbb{R}, H(f) = \mathbb{R}$, $f^{-1}: y = 1 - 2x$, $D(f^{-1}) = \mathbb{R}, H(f^{-1}) = \mathbb{R}$
b) $D(f) = \langle 1, \infty)$, $H(f) = \langle 0, \infty)$, $f^{-1}: y = x^2 + 1$, $D(f^{-1}) = \langle 0, \infty)$, $H(f^{-1}) = \langle 1, \infty)$,
c) $D(f) = \mathbb{R}, H(f) = (-\infty, 1)$, $f^{-1}: y = \ln(1-x)$, $D(f^{-1}) = (-\infty, 1)$, $H(f^{-1}) = \mathbb{R}$,
d) $D(f) = (-\infty, 2)$, $H(f) = \mathbb{R}$, $f^{-1}: y = 2 - \mathrm{e}^{\frac{x}{3}}$, $D(f^{-1}) = \mathbb{R}, H(f^{-1}) = (-\infty, 2)$
e) $D(f) = \langle 0, \infty)$, $H(f) = \langle -1, \infty)$, $f^{-1}: y = \sqrt{\frac{x+1}{2}}$, $D(f^{-1}) = \langle -1, \infty)$, $H(f^{-1}) = \langle 0, \infty)$.

Příklad 2:

a) $D(f) = \left\langle -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right\rangle, H(f) = \langle -1, 1 \rangle$, $f^{-1}: y = \frac{1}{2}\arcsin x$,
$D(f^{-1}) = \langle -1, 1 \rangle$, $H(f^{-1}) = \left\langle -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right\rangle$
b) $D(f) = \langle 0, 4\pi \rangle$, $H(f) = \langle -2, 2 \rangle$, $f^{-1}: y = 4\arccos\frac{x}{2}$,
$D(f^{-1}) = \langle -2, 2 \rangle$, $H(f^{-1}) = \langle 0, 4\pi \rangle$,
c) $D(f) = (0, \pi)$, $H(f) = \mathbb{R}$, $f^{-1}: y = \frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}(x-1)$,
$D(f^{-1}) = \mathbb{R}, H(f^{-1}) = (0, \pi)$
d) $D(f) = \langle 0, 2 \rangle$, $H(f) = \left\langle \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\rangle$, $f^{-1}: y = 1 + \sin(\pi - x)$,
$D(f^{-1}) = \left\langle \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\rangle, H(f^{-1}) = \langle 0, 2 \rangle$,
e) $D(f) = \mathbb{R}, H(f) = (2 - \pi, 2)$, $f^{-1}: y = 2 + \mathrm{cotg}(2-x)$,
$D(f^{-1}) = (2 - \pi, 2)$, $H(f^{-1}) = \mathbb{R}$
e) $D(f) = \left\langle \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6}, \frac{1}{3} + \frac{\pi}{6} \right\rangle, H(f) = \langle -2, 2 \rangle$, $f^{-1}: y = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\arcsin\frac{x}{2}$,
$D(f^{-1}) = \langle -2, 2 \rangle$, $H(f^{-1}) = \left\langle \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6}, \frac{1}{3} + \frac{\pi}{6} \right\rangle$.