

# DÚ: IPVP

předmět: Matematika 2

období: jaro 2022

poslední změna: 8.6.2022

skriptum: S-3638/A (tištěné)

**PŘÍKLAD 11.1** Vypočtěte dvojný integrál.

- 47/1c a)  $\iint_{\Omega} dx dy$ ,  $\Omega: y = e^x, y = e^{-x}, x = -4, x = 4, y = 0$ , str. 47, př. 1. c)
- 47/1e b)  $\iint_{\Omega} dx dy$ ,  $\Omega: y = x^2, y = 4 - x^2$ , str. 47, př. 1. e)
- 48/2d c)  $\iint_{\Omega} \sin(2x + y) dx dy$ ,  $\Omega: 0 \leq x \leq \pi, \frac{\pi}{4} \leq y \leq \pi$ , str. 48, př. 2. d)
- 49/4d d)  $\iint_{\Omega} \frac{x}{3} dx dy$ ,  $\Omega: x = 2 + \sin y, x = 0, y = 0, y = 2\pi$ , str. 49, př. 4. d)
- 49/4h e)  $\iint_{\Omega} \cos(x + y) dx dy$ ,  $\Omega: x = 0, y = \pi, y = x$ , str. 49, př. 4. h)
- 51/8a f)  $\iint_{\Omega} xy dx dy$ ,  $\Omega: y^2 = 2x, x = \sqrt{3 - y^2}$ , str. 51, př. 8. a)
- 51/8j g)  $\iint_{\Omega} (y - x + 1) dx dy$ ,  $\Omega: y = 1, y = 2, y = x, y = x + 1$ , str. 51, př. 8. j)
- 52/10e h)  $\iint_{\Omega} (x^2 + 2y) dx dy$ ,  $\Omega: x = 0, x = 2, y = 0, y = 1 + x, y = 3 - x$ , str. 52, př. 10. e)
- 53/11c i)  $\iint_{\Omega} (x^2 - y + 2) dx dy$ ,  $\Omega: y = \frac{1}{x}, y = 4x, y = \frac{x}{4}, x \geq 0$  str. 53, př. 11. c)

**PŘÍKLAD 11.2** Vypočtěte trojný integrál.

- 53/12e a)  $\iiint_{\Omega} dx dy dz$ ,  $\Omega: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x^2, 0 \leq z \leq 2 - x - y$ , str. 53, př. 12. e)
- 54/12k b)  $\iiint_{\Omega} dx dy dz$ ,  $\Omega: 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq x^2 + y^2$ , str. 54, př. 12. k)
- 54/13h c)  $\iiint_{\Omega} \frac{z \cos y}{x^2} dx dy dz$ ,  $\Omega: 1 \leq x \leq 2, -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}, 2 \leq z \leq 4$  str. 54, př. 13. h)

**PŘÍKLAD 12.1** Pomocí transformace do polárních souřadnic vypočtěte integrál.

- 95/2e a)  $\iint_{\Omega} x\sqrt{x^2+y^2} dx dy, \quad \Omega: x^2+y^2 \leq 4, y \geq 0,$  str. 95, př. 2. e)
- 95/3g b)  $\iint_{\Omega} \frac{\cos \sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy, \quad \Omega: \frac{\pi^2}{36} \leq x^2+y^2 \leq \frac{\pi^2}{4}, y \geq 0,$  str. 95, př. 3. g)
- 96/4b c)  $\iint_{\Omega} 15x^2y dx dy, \quad \Omega: x^2+y^2 \leq 4, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, x \geq 0,$  str. 96, př. 4. b)
- 96/4e d)  $\iint_{\Omega} (x^2-y^2) dx dy, \quad \Omega: 0 \leq y \leq x, x^2+y^2 \geq 3, x^2+y^2 \leq 5$  str. 96, př. 4. e)

**PŘÍKLAD 12.2** Pomocí transformace do cylindrických (válcových) souřadnic vypočtěte integrál.

- 98/8a a)  $\iiint_{\Omega} z\sqrt{x^2+y^2} dx dy dz, \quad \Omega: x^2+y^2 \leq 9, y \geq 0, 0 \leq z \leq 2,$  str. 98, př. 8. a)
- 98/8h b)  $\iiint_{\Omega} (1+2x-y) dx dy dz, \quad \Omega: \frac{x^2+y^2}{2} \leq z \leq 2,$  str. 98, př. 8. h)
- 99/9f c)  $\iiint_{\Omega} x^2y dx dy dz, \quad \Omega: 1 \leq x^2+y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 3-y,$  str. 99, př. 9. f)
- 100/11d d)  $\iiint_{\Omega} 15\sqrt{2}yz dx dy dz, \quad \Omega: x^2+y^2+z^2 \leq a^2, a \in (0, \infty),$   
 $z \leq -\sqrt{x^2+y^2}$  str. 100, př. 11. d)

**PŘÍKLAD 12.3** Pomocí transformace do sférických souřadnic vypočtěte integrál.

- 100/11g a)  $\iiint_{\Omega} 4\sqrt{x^2+y^2+z^2} dx dy dz, \quad \Omega: x^2+y^2+z^2 \leq a^2, y \geq 0, a \in (0, \infty),$  str. 100, př. 11. g)
- 100/12e b)  $\iiint_{\Omega} \sqrt{z} dx dy dz, \quad \Omega: 0 \leq z \leq \sqrt{R^2-x^2-y^2}, R \in (0, \infty)$  str. 100, př. 12. e)

**PŘÍKLAD 12.1** Vypočtete obsah rovinné plochy

BT; **126/1b**; str. 126, př. 1. b)

$$\Omega: \quad y^2 = 4 + x, \quad x + 3y = 0.$$

**PŘÍKLAD 12.2** Vypočtete objem tělesa

BT; **126/3e**; str. 126, př. 3. e)

$$A: \quad z = \sin \frac{\pi y}{2x}, \quad z = 0, \quad y = x, \quad y = 0, \quad x = \pi.$$

**PŘÍKLAD 12.3** Vypočtete objem tělesa

BT; **126/3f**; str. 126, př. 3. f)

$$A: \quad z = x + 6y, \quad z = 0, \quad y = x, \quad y = 5x, \quad x = 1.$$

**PŘÍKLAD 12.4** Vypočtete hmotnost rovinné plochy

BT; **127/5a**; str. 127, př. 5. a)

$$A: \quad 1 \leq x \leq 3, \quad -1 \leq y \leq 2,$$

je-li plošná hustota  $\sigma$  v bodě  $[x, y] \in \Omega$  zadána vztahem  $\sigma(x, y) = x^2 + y^2$ .

**PŘÍKLAD 12.5** Vypočtete statický moment  $S_y$  rovinné plochy

BT; **127/6a**; str. 127, př. 6. a)

$$A: \quad y \leq x, \quad y \leq \frac{1}{x}, \quad y \geq \frac{1}{2},$$

je-li plošná hustota  $\sigma$  v bodě  $[x, y] \in A$  zadána vztahem  $\sigma(x, y) = 2y$ .

**PŘÍKLAD 12.6** Vypočtete souřadnice těžiště  $T$  rovinné plochy

BT; **128/7b**; str. 128, př. 7. b)

$$\Omega: \quad y = x^2, \quad x = 4, \quad y = 0,$$

je-li plošná hustota  $\sigma$  v bodě  $[x, y] \in \Omega$  zadána vztahem  $\sigma(x, y) = 1$ .

**PŘÍKLAD 12.7** Vypočtete objem tělesa

BT; **128/9c**; str. 128, př. 9. c)

$$A: \quad x - y + z = 6, \quad x + y = 2, \quad x = y, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

**PŘÍKLAD 12.8** Vypočtete hmotnost tělesa

BT; **129/12a**; str. 129, př. 12. a)

$$A: \quad x = 0, \quad x = 1, \quad y = 0, \quad y = 2, \quad z = 1, \quad z = 4,$$

je-li objemová hustota  $\sigma$  v bodě  $[x, y, z] \in \Omega$  zadána vztahem  $\sigma(x, y, z) = x^2y$ .

**PŘÍKLAD 12.9** Vypočtete celkový elektrický náboj rovinné plochy

BT; **130/16d**; str. 130, př. 16. d)

$$M: \quad 0 \leq x \leq 1, \quad y \geq 0, \quad y \leq 1 - x,$$

je-li plošná hustota elektrického náboje  $\sigma$  v bodě  $[x, y] \in M$  zadána vztahem  $\sigma(x, y) = x + y - xy$ .

**PŘÍKLAD 12.10** Vypočtete celkový elektrický náboj tělesa

BT; **131/17a**; str. 131, př. 17. a)

$$M: \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0, \quad x + y + z \leq 1,$$

je-li objemová hustota elektrického náboje  $\sigma$  v bodě  $[x, y, z] \in M$  zadána vztahem  $\sigma(x, y, z) = xyz$ .

POUZE SESTAVIT INTEGRÁL!

BT ...bez transformace