

Souřadnicový systém 1942 (S-42)

Jakmile byly po I. světové válce zabezpečeny aktuální potřeby praxe, byla vedle JTSK, jejíž zhušťování dále probíhalo, budována od r. 1931 též tzv. **Základní trigonometrická síť**, s většími trojúhelníky ($s=36$ km), s nejvyšší dosažitelnou přesností a podle nejnovějších vědeckých poznatků. Tato síť byla později podle mezinárodně zavedeného termínu označena jako **astronomicko-geodetická síť (AGS)**. Do r. 1954, kdy byly ukončeny měřické práce, bylo na území Československa zaměřeno:

- úhlově 227 trojúhelníků se 144 vrcholy,
- astronomicky 53 bodů,
- 6 základen (invarovými dráty) a rozvinovacích sítí,
- gravimetricky okolí 108 bodů I. řádu a 499 bodů II. řádu,
- částečné spojení s trigonometrickými sítěmi sousedních zemí.

V roce 1955 byl tento měřický materiál shromážděn a v průběhu dalších třech let byla tato síť (AGS) vyrovnána v Moskvě společně s dalšími sítěmi zemí východní Evropy. Vyrovnání bylo realizováno na Krasovského elipsoidu a pro převod na rovinné souřadnice (x,y) bylo použito Gaussova zobrazení v 6° pásech.

Od r. 1958 byla do této AGS, vyrovnané v rámci souborného vyrovnání v Souřadnicovém systému 1942 (S-42), převáděna JTSK a všechny ostatní v S-JTSK polohově určené body tak, aby byly splněny v zásadě tyto požadavky:

1. Trigonometrickou síť I. řádu vyrovnat v 10 blocích (1958-59).
2. Vybranou část bodů trig. sítě II. a III. řádu (celkem přes 700 identických bodů) rovněž vyrovnat (1959-60).
3. Vcelku od II. řádu nahradit vyrovnání souřadnic vhodnou transformací, umožňující co největší mechanizaci výpočetních prací (od r. 1960).
4. Využít v nejvyšší míře výsledků předběžného převodu do S-52.
5. Zachovat vysokou lokální přesnost S-JTSK; přitom korigovat místní (zejména délkové) deformace této sítě.
6. Při transformaci zachovat identitu souřadnic bodů, určených vyrovnáním, a to zejména souřadnic bodů AGS.

Metoda transformace - viz (*Cimbálník, 1960, Cimbálník, Mervart, 1997*) - byla odvozena pro konkrétní potřeby Československa a byla mj. uspořádána tak, aby souřadnice bodů vzešlých z vyrovnání (AGS, I., II. i III. řád) obdržely (dle požadavku č. 6) po transformaci souřadnice, totožné s vyrovnanými.

Úloha řešila tedy v zásadě tzv. transformaci nestejnorodých souřadnic, kdy se méně přesný systém (S-JTSK) transformuje pomocí čtvercové sítě 10×10 km identických fiktivních bodů do nového, přesnějšího systému, který je kromě orientace a tvaru zejména rozměrově podstatně lépe určen.

Pracovní název tohoto systému byl "S-52 po vyrovnání", definitivní pak byl **Souřadnicový systém 1942 (S-42)**.

Metoda výpočtu hodnot souřadnic (x, y) v S-42 pro rohy čtvercové sítě 10×10 km „Křováková“ systému, její zdůvodnění, výpočetní postup při vlastní transformaci a další

podrobnosti jsou uvedeny detailně v (*Cimbálník, 1960, Cimbálník, Mervart, 1997*). Zde proto budou uvedeny pouze hlavní kroky celého postupu.

Transformace (S-JTSK) → (S-42)

Souřadnic v S-52 bylo možno s výhodou užít jako prvního stupně převodu do definitivního S-42. Ekonomičnost takového postupu vynikla již při prvních srovnávacích studiích, a mimo jakoukoliv pochybnost bylo použití S-52 při sestavení konečných výpočetních pomůcek. S-52 již vylučuje vliv rychle se měnícího poměru délkových zkreslení v zobrazení Gaussově proti S-JTSK v zobrazení Křovákovi a tím překonává poměrně svízelnou etapu převodu, kterou by stejně bylo nutno při jakémkoliv řešení vypočítat odděleně.

Jak již bylo řečeno, S-52 obsahuje síť tvarem v malých částech prakticky shodnou s JTSK, zpracovanou v S-JTSK, protože souřadnic daných identických bodů bylo použito pouze k výpočtu transformačního klíče a jeho prostřednictvím ke změně polohy, orientace a rozměru sítě a k jejímu převedení na elipsoid Krasovského.

S-52 má tedy prakticky stejné lokální deformace jako S-JTSK a je ho tedy možno (na menší ploše) použít místo S-JTSK.

Deformace **tvaru** původní sítě (S-JTSK), pokud byla způsobena užitím kubické transformace do S-52, je spojitá, jednoznačně funkčně vyjádřitelná a zřejmě bez vlivu třetí diference ve čtverci 10× 10 km. Při dostatečně hustém poli identických bodů pro transformaci (S-52) → (S-42) se tato deformace automaticky vyloučí.

Ve změnách souřadnic, plynoucích nyní pouze z rozdílů dvou triangulací a dvojího různého zpracování, nutno uvažovat dvě složky:

1. **Složku systematickou**, kterou lze analyticky vyjádřit, plynoucí z průměrného posunu, plynule se měnícího stočení a měnících se rozměrů nové sítě S-42 vůči S-52,
2. **Složku nahodilou**, plynoucí z náhodných rozdílů zbylých skutečných chyb ve vyrovnaných úhlech obou sítí.

Tato nahodilá složka, analyticky prakticky nevyjádřitelná, způsobuje nepravidelnost v průběhu isočar Δx a Δy , kde

$$\Delta x = x_{42} - x_{52}, \quad \Delta y = y_{42} - y_{52},$$

a způsobuje hrany nebo nepravidelné zvlnění profilů topografických ploch, vytvořených isočarami

$$\Delta x = konst \text{ nebo } \Delta y = konst.$$

Náhodné rozdílly ve vyrovnaných úhlech obou sítí se při postupu určitým směrem v síti buď vzájemně zesilují nebo zeslabují a působí vzájemné roztažení, smrštění nebo ohyb jedné sítě vůči druhé. Je marná snaha po podřizování těchto vlivů, měnících se náhodně s místem co do intenzity i znaménka, nějakým matematickým vztahům, předepisovat plynulost těchto změn a doufat, že členy druhého a třetího stupně po případě druhé a třetí diference vliv těchto **nahodilých** chyb zcela podchytí. Zde jsou, co do výsledků, ekvivalentní různé způsoby transformační, z nichž žádný nedá obecně výsledky, jaké bychom dostali zhuštěním sítě

novým vyrovnáním. Ostatně i eventuální nové vyrovnání podle MNČ by dávalo různé výsledky podle volby záměr na pevné body, podle jednostrannosti nebo oboustrannosti záměr nebo podle toho, zda bychom vyrovnávali body jednotlivě nebo je sdružovali ve dvojbody, trojbody atd. Proto platí zásada, že nahodilá složka změny souřadnic (S-52) → (S-42) u každého jednotlivého bodu musí být ovlivněna změnami souřadnic okolních identických bodů a to tím více, čím je identický bod blíže bodu transformovanému.

Vzniknou tedy tyto otázky:

1. Při jaké vzájemné vzdálenosti bodů, identických pro následnou transformaci, lze považovat toto bodové pole za dostatečně husté tak, aby transformace vyhovujícím způsobem nahradila další vyrovnávání?

S touto otázkou pak souvisí neméně důležitý problém:

2. Jak má být toto bodové pole uspořádáno?

Hledáme-li odpověď nejprve na druhou otázku, je zřejmé, že **numerický** způsob převodu, užitý při (S-JTSK) → (S-52) (tj. známá Newtonova plošná kvadratická interpolace), má při výpočtech v praxi takové přednosti, že si lze (v roce 1959) těžko představit řešení počítařsky výhodnější.

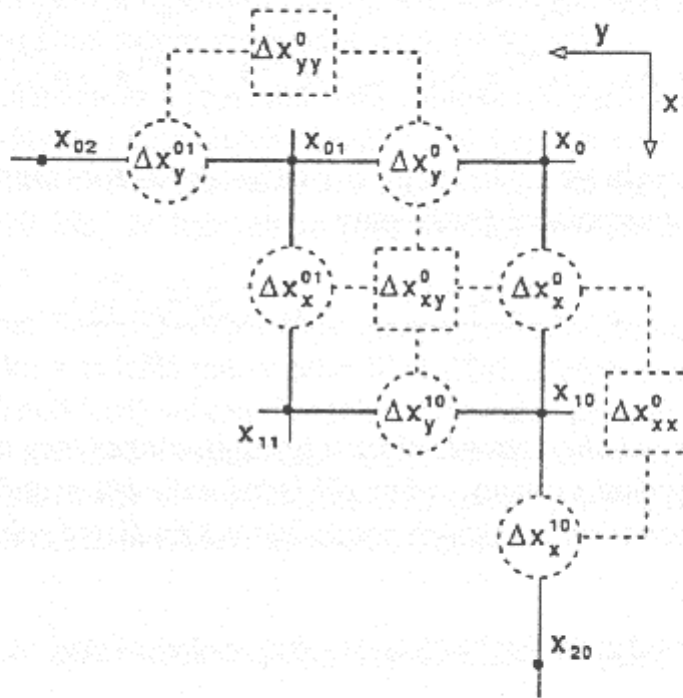
Přesto tedy, že **jde v tomto případě o zcela jiný problém**, tj. nyní o **transformaci nestejnorodých souřadnic** (výsledky dvou různých triangulací a různého zpracování), jevílo se nejvýhodnější užít **výpočetní** metody ve své formě shodné s výpočetní metodou, užitou při převodu souřadnic z S-JTSK do S-52.

Přitom je též vzájemná vzdálenost výchozích bodů (10 km) taková, že bylo možné očekávat - zkoušky ukázaly, že tomu tak skutečně je - současně též splnění první podmínky, tj. že

- **toto pole identických bodů lze považovat pro hromadný převod za dostatečně husté.**

Vzhledem k tomu, že plošná interpolace je též určitý druh transformace, je zřejmé, že v tomto případě jde v podstatě o inverzi plošné interpolace: hledají se plošné tabulky hodnot funkcí, přičemž jsou známy hodnoty těchto funkcí k argumentům, rozmístěným nepravidelně uvnitř intervalů tabulkových. K dispozici je tedy pole identických bodů určité hustoty, ale nepravidelného rozložení, které se má převést na pole identických bodů přibližně stejné hustoty, ale pravidelného rozložení, ze sítě obecných trojúhelníků na síť čtverců 10×10 km. Kritériem kvality tohoto převodu bude pak ověření identity souřadnic daných bodů. Odtud pak bezprostředně vyplývá nejvhodnější postup výpočtu hodnot pro rohy sítě 10×10 km.

$$d_x^{\Delta x_1^0}, d_y^{\Delta x_1^0}, d_{xx}^{\Delta x_1^0}, d_{yy}^{\Delta x_1^0}, d_{xy}^{\Delta x_1^0}; d_x^{\Delta y_1^0}, d_y^{\Delta y_1^0}, d_{xx}^{\Delta y_1^0}, d_{yy}^{\Delta y_1^0}, d_{xy}^{\Delta y_1^0}.$$



Obr. 1.2 - Schéma výpočtu diferencí pro Newtonovu kvadratickou interpolaci funkce se dvěma argumenty

Rozdíly souřadnic na identických bodech

$$\Delta x_1 = x_{42} - x_{52}, \Delta y_1 = y_{42} - y_{52}$$

se připsí k identickým bodům a interpolaci se sestrojí izočary stejných přírůstků Δx_1 a Δy_1 . Pomocí těchto isočar se odečtou pro rohy sítě 10 x 10 km hodnoty Δx_1^0 a Δy_1^0 k nimž se vytvoří obvyklým způsobem první a druhé diference i smíšená druhá diference (schema pro výpočet diferencí viz obr. 1.2):

$$d_x^{\Delta x_1^0}, d_y^{\Delta x_1^0}, d_{xx}^{\Delta x_1^0}, d_{yy}^{\Delta x_1^0}, d_{xy}^{\Delta x_1^0}, \\ d_x^{\Delta y_1^0}, d_y^{\Delta y_1^0}, d_{xx}^{\Delta y_1^0}, d_{yy}^{\Delta y_1^0}, d_{xy}^{\Delta y_1^0}.$$

Z těchto hodnot se pak vypočtou plošnou kvadratickou interpolací souřadnicové přírůstky $\Delta x_1'$ a $\Delta y_1'$ u identických bodů podle vzorců

$$\Delta x_1' = \Delta x_1^0 + d_x^{\Delta x_1^0} z_x + d_y^{\Delta x_1^0} z_y + d_{xx}^{\Delta x_1^0} k_x + d_{yy}^{\Delta x_1^0} k_y + d_{xy}^{\Delta x_1^0} z_x z_y,$$

$$\Delta y_1' = \Delta y_1^0 + d_x^{\Delta y_1^0} z_x + d_y^{\Delta y_1^0} z_y + d_{xx}^{\Delta y_1^0} k_x + d_{yy}^{\Delta y_1^0} k_y + d_{xy}^{\Delta y_1^0} z_x z_y,$$

kde z_x a z_y jsou části intervalu ve směru osy x a y (Křováková zobrazení), vyjádřené v 10 km, k_x a k_y jsou pak známé interpolační koeficienty

$$k_x = \frac{z_x(z_x - 1)}{2}, \quad k_y = \frac{z_y(z_y - 1)}{2}.$$

Poznámka: Vzhledem k symbolice zavedené již v praxi jsou označeny diference a interpolační koeficienty v indexech malými písmeny, ač by důsledně měly být označovány velkými písmeny X a Y podle obvyklého označení rovinných souřadnic v Křovákově zobrazení.

Rozdíly

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 - \Delta x_1', \quad \Delta y_2 = \Delta y_1 - \Delta y_1'$$

mezi danými a vypočtenými hodnotami se opět připíše k identickým bodům a prostřednictvím isočar Δx_2 a Δy_2 se určí další přírůstky Δx_2^0 , Δy_2^0 pro rohy sítě 10 x 10 km; z těchto se opět vypočtou obdobným způsobem další přírůstky souřadnic identických bodů.

Takto získané hodnoty rozdílů

$$\Delta x^0 = \Delta x_1^0 + \Delta x_2^0, \quad \Delta y^0 = \Delta y_1^0 + \Delta y_2^0$$

se připočtou k souřadnicím S-52 pro rohy sítě 10 x 10 km a vypočtou se první a druhé diference. Tím jsou tabulky pro převod (S-JTSK) → (S-42) sestaveny.

Shrnutí: Pro průsečíky sítě 10×10 km v S-JTSK (rohy čtverců triangulačních listů) jsou známy odpovídající souřadnice (x_0, y_0) v systému (S-42). Vypočtou se první a druhé diference souřadnic x a y podle schématu na obr. 1.2. Potom se k souřadnicím (Y, X) v S-JTSK vypočtou souřadnice v S-42 interpolací takto:

1. K souřadnicím (Y, X) se vyhledá odpovídající severovýchodní roh triangulačního listu o souřadnicích (Y_0, X_0) .
2. Vypočtou se rozdíly $z_y = Y - Y_0$, $z_x = X - X_0$ (v jednotkách desítky km).
3. Souřadnice x, y v S-42 se vypočtou ze známých vzorců Newtonovy kvadratické interpolace funkcí se dvěma argumenty:

$$x = x_0 + z_x \Delta x_x^0 + z_y \Delta x_y^0 + k_x \Delta x_{xx}^0 + k_y \Delta x_{yy}^0 + z_x z_y \Delta x_{xy}^0$$

$$y = y_0 + z_x \Delta y_x^0 + z_y \Delta y_y^0 + k_x \Delta y_{xx}^0 + k_y \Delta y_{yy}^0 + z_x z_y \Delta y_{xy}^0$$

Rovinné souřadnice byly vypočteny pro body geodetických polohových základů ve 3° a 6° pásech.

Dílčí závěry

1. S-42 byl první souřadnicový systém v ČSR, jehož tvar, rozměr a orientace byly určeny (prostřednictvím AGS) na úrovni srovnatelné s podobnými sítěmi v západní Evropě. Pokud došlo k tvarové deformaci v důsledku chyb v azimutech (např. na Moravě), byla později napravena při druhém souborném vyrovnání AGS (S-42/83).
2. Transformace jako náhrada za vyrovnání byla vzhledem k možnostem výpočetní techniky na přelomu let padesátých a šedesátých nutná. Transformace však byla odvozena tak, aby se zachovaly souřadnice bodů vyrovnaných a aby *identita na nich byla přenesena* na body čtvercové sítě 10×10 km, ze kterých se pak všechny souřadnice ostatních bodů velmi jednoduše počítaly.
3. Porovnáním souřadnic S-42 s S-JTSK byly zjištěny závažné délkové deformace S-JTSK, zejména na Slovensku a zvláště pak v jeho jižní části. Deformace, dosahující hodnot až 30 mm/km, byly (a dosud jsou) velkou překážkou při použití přesných dálkoměrů; prakticky stejný problém vzniká při použití technologie GPS. Na tomto místě je nutné podotknout, že deformace jsou také působeny vlivem stárnutí sítě (posuny stabilizací) a rozdílným způsobem redukci měřených veličin na zobrazovací plochu.

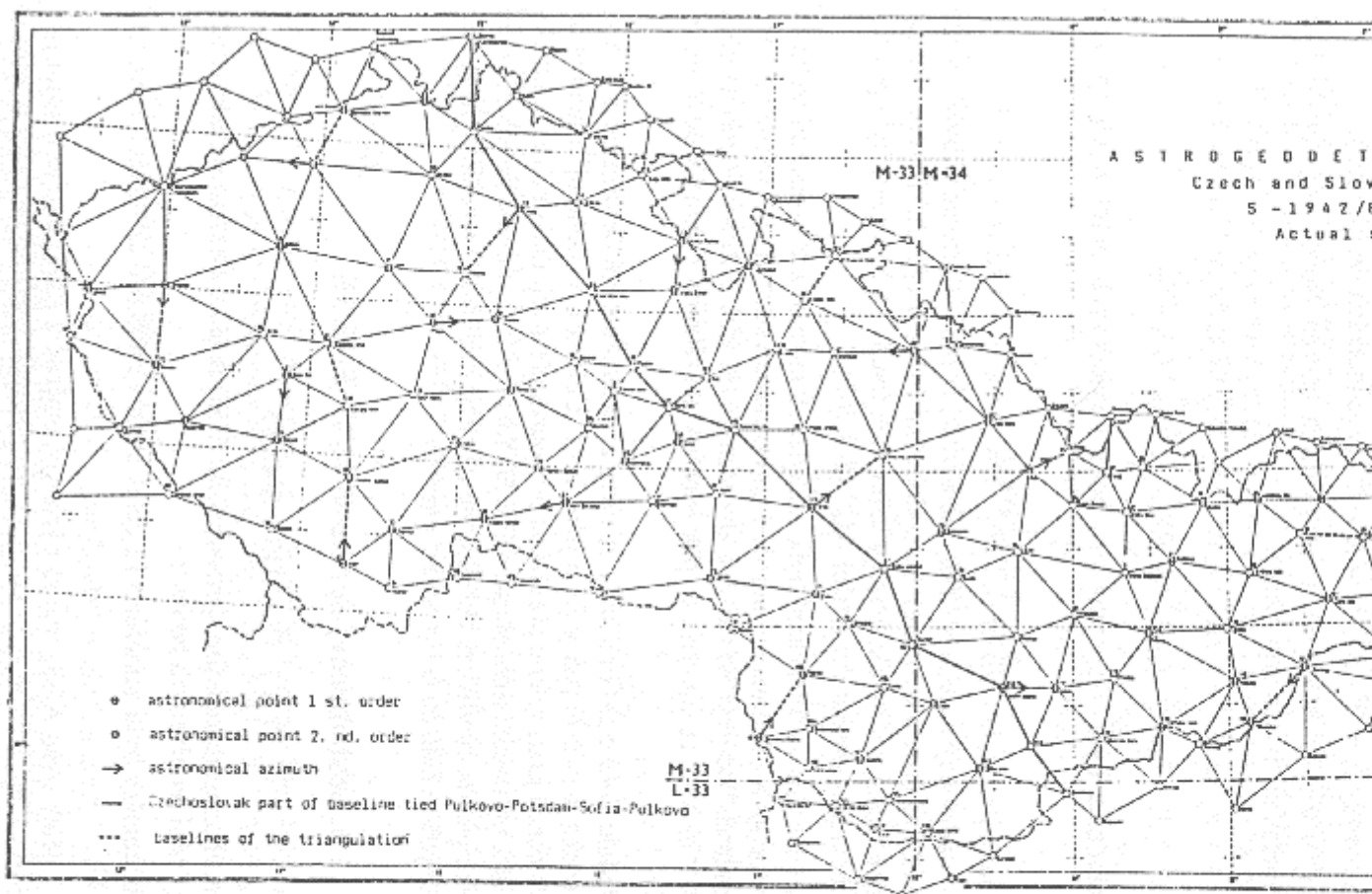
Souřadnicový systém 1942/83 (S-42/83)

Čs. AGS v S-42/83

Od 1. souborného mezinárodního vyrovnání čs. AGS došlo v Československu k dalšímu zpřesnění a doplnění naměřených hodnot:

1. elektronickými dálkoměry bylo zaměřeno 12 délek stran v AGS pro „Základnu kosmické triangulace“ (ZKT),
2. bylo zaměřeno 12 délek stran AGS, rozložených rovnoměrně v AGS; z toho 6 stran jsou původní tzv. výchozí strany, odvozené ze základen, zaměřených invarovými dráty (Chebská je posunuta),
3. nově byly zaměřeny astronomické souřadnice a azimuty na některých bodech AGS, a na řadě dalších bylo provedeno opakované kontrolní měření,
4. pro body AGS byly nově určeny tížnicové odchylky a byl určen průběh převýšení kvazigeoidu v S-42.
5. byly opraveny některé úhly a doplněno souvislé spojení se sítěmi sousedících států, s NDR, Polskem, SSSR a Maďarskem.

Pro nové vyrovnání JAGS zůstala konfigurace její československé části prakticky stejná jako při prvním souborném vyrovnání - viz obr. 1.3.



Obr. 1.3 - Struktura astronomicko-geodetické sítě Československa zařazené do 2. souborného vyrovnání JAGS