

# Ekonomie II

## Dlouhodobý ekonomický růst Část I.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Operační program Vzdělávání pro konkurenceschopnost

Název projektu: Inovace magisterského studijního programu Fakulty vojenského leadershipu

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/2.2.00/28.0326

# PRODUKČNÍ FUNKCE A SOLOWŮV MODEL EKONOMICKÉHO RŮSTU

Cílem přednášky je vysvětlení podstaty a hlavních determinant dlouhodobého ekonomického růstu (růstu potenciálního produktu) a možnosti jejich aktivizace jako předpokladu pro zlepšování životního standardu obyvatel a vytváření ekonomických předpokladů posilování obranyschopnosti země.

## Obsah:

- ❖ Úvod
- ❖ Produkční funkce a neoklasický model dlouhodobého ekonomického růstu
- ❖ Solowův model dlouhodobého ekonomického růstu
- ❖ Závěr – shrnutí, úkoly k samostudiu

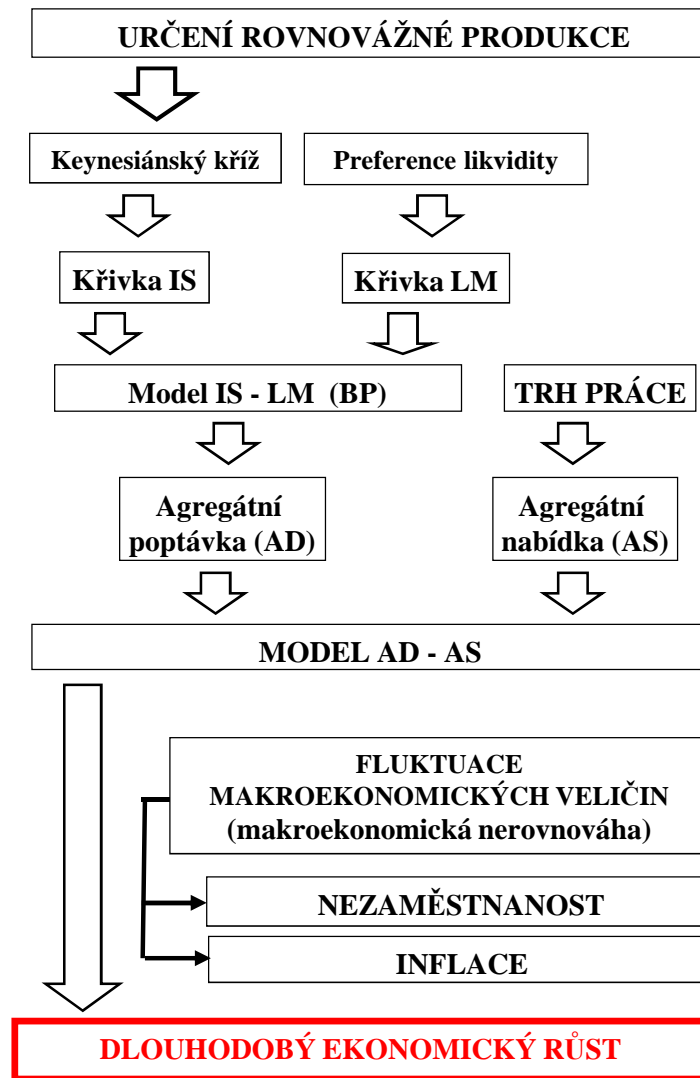


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

LOGICKÁ STRUKTURA MAKROEKONOMIE  
TÉMA 7

**Dlouhodobý ekonomický růst**

Část I.  
**Produkční funkce a Solowův model  
ekonomického růstu**



# PRODUKČNÍ FUNKCE A NEOKLASICKÝ MODEL DLOUHODOBÉHO EKONOMICKÉHO RŮSTU

## a) Základní pojmy a vztahy

### ❖ *Výrobní zdroje* ekonomiky:

- *Vstupy (inputy) výrobních faktorů – práce a kapitál:* růst objemu (množství) vstupů přímo ovlivňuje růst produkce.
- *Úroveň (stav) používané technologie:* zvyšování úrovně používané technologie vede k růstu produktu při daném (neměnném) objemu vstupů.

*Používaná úroveň (stav) technologie se promítá do růstu souhrnné (integrální) produktivity vstupů výrobních faktorů, resp. multifaktorové produktivity.*

- ### ❖ *Agregátní produkční funkce* (obecná forma) – popisuje vzájemný vztah mezi potenciálním produktem ( $Y^*$ ) a vstupy výrobních faktorů používaných při jeho výrobě, tj. kapitálu ( $K$ ), práce ( $N$ ) a úrovně (stavu) technologie ( $\kappa$ ).

***Speciální forma produkční funkce:  $Y^* = \kappa F(K, N)$***

- ✓  $\kappa$  = *souhrnná (integrální) produktivita faktorů*, resp. *multifaktorová produktivita*
- ✓  $F(K, N)$  = *standardní neoklasická produkční funkce*



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## a) Základní pojmy a vztahy

- ❖ **Průměrná produktivita práce = produkt na jednoho pracovníka nebo produkci na jednu hodinu práce či stručně produkci na jednotku pracovního výstupu -  $q = Y^*/N$**   
(za předpokladu, že skutečný produkt se rovná potenciálnímu produktu)
- ❖ **Výnosy z rozsahu** (za předpokladu, že se úroveň technologie nemění):
  - ✓ **konstantní výnosy z rozsahu = zvýšení rozsahu**, tj. množství nebo velikosti ve výrobním procesu používaného kapitálu a práce **vyústí v ekviproporcionální zvýšení produkce**;
  - ✓ **rostoucí výnosy z rozsahu** = produkce roste rychleji, než roste objem používaného kapitálu a práce;
  - ✓ **klesající výnosy z rozsahu** = produkce roste pomaleji, než roste objem používaného kapitálu a práce.
- ❖ **Kapitálová intenzita, resp. kapitálová vybavenost pracovníků = průměrný objem kapitálu připadající pro použití jedním pracovníkem, resp. jednotkou práce** (koeficient kapitálové intenzity):

$$v = K/N$$



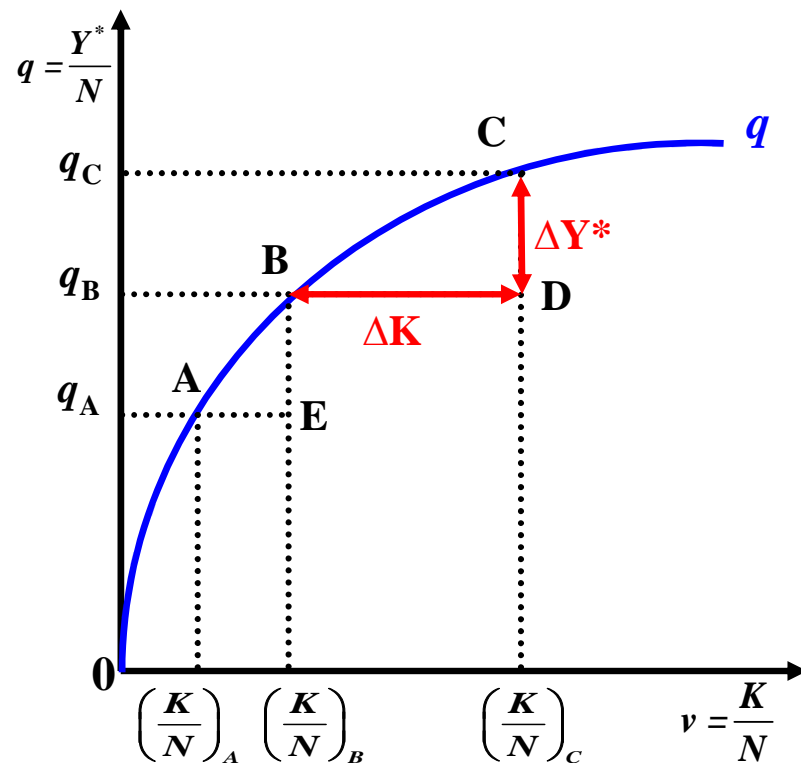
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## a) Základní pojmy a vztahy

### ❖ Intenzivní produkční funkce

$$q = \kappa \cdot f(v)$$

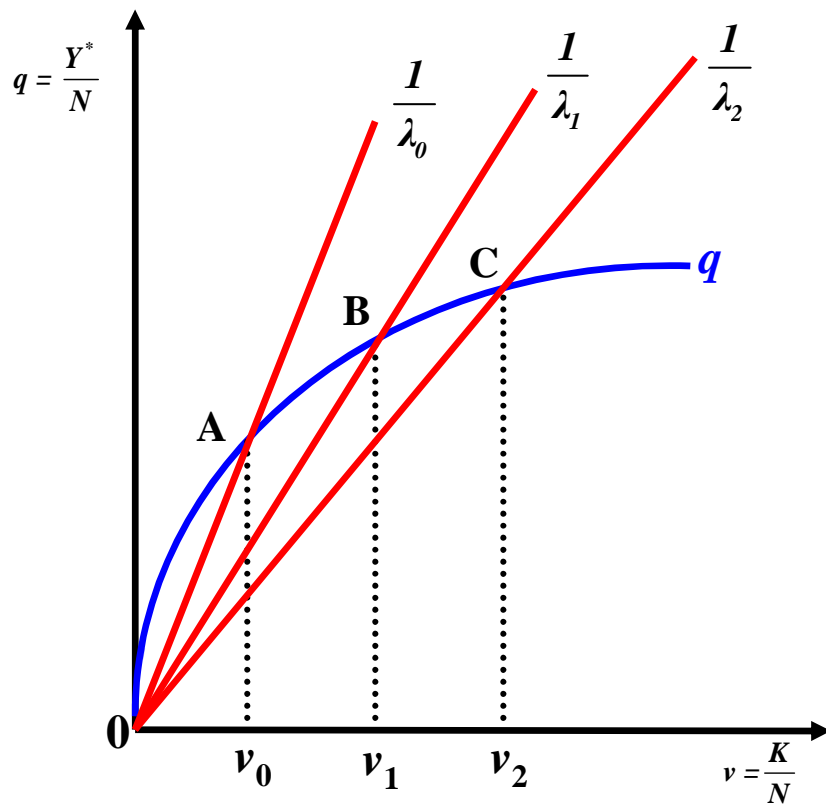
*Intenzivní produkční funkce* zakotvuje *možnost substituce mezi kapitálem a prací*, neboť každý bod této funkce představuje *poměr průměrné produktivity práce ( $q$ ) a kapitálové intenzity ( $v$ )*.



Průměrná produktivita práce ( $q$ ) může být zvyšována:

- ✓ **buď zvyšováním kapitálové intenzity, tj. pohybem po dané intenzivní produkční funkci;**
- ✓ **nebo zvýšením úrovně používané technologie, tj. přechodem z „nižší“ intenzivní produkční funkce na „vyšší“ intenzivní produkční funkci čili posunem intenzivní produkční funkce nahoru;**
- ✓ **jak v důsledku růstu kapitálové intenzity, tak i v důsledku zvýšení úrovně používané technologie, tj. zaváděním technologického pokroku.**

## ❖ Intenzivní produkční funkce a kapitálový koeficient



Intenzivní produkční funkce zakotvuje možnost substituce mezi kapitálem a prací:

$$\frac{q}{v} = \frac{Y^*/N}{K/N} = \frac{Y^*}{K}$$

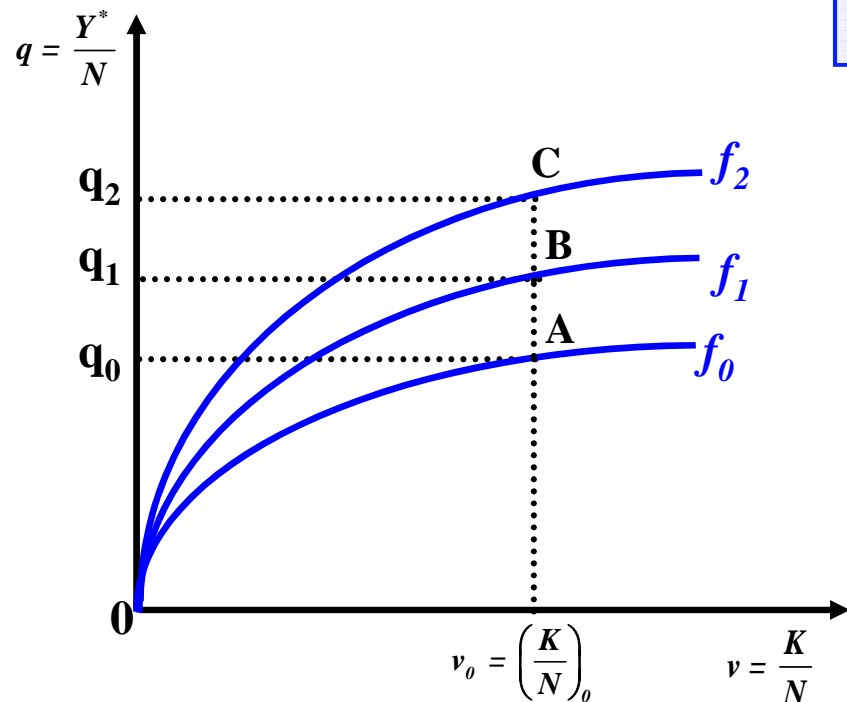
$$\frac{q}{v} = \frac{1}{\lambda}$$

**Kapitálový koeficient:**  $\lambda = \frac{K}{Y^*}$

Při pohybu z bodu A do B a C se kapitálový koeficient zvyšuje, to znamená, že platí:

$$\frac{1}{\lambda_0} < \frac{1}{\lambda_1} < \frac{1}{\lambda_2}$$

❖ Pohyb po intenzivní produkční funkci a posun intenzivní produkční funkce nahoru v důsledku technologického pokroku



Průměrná produktivita práce ( $Y^*/N$ ) může být zvyšována:

a) zvyšováním kapitálové intenzity, tj. pohybem po dané intenzivní produkční funkci;

b) zvýšením úrovně používané technologie, tj. přechodem na „vyšší“ intenzivní produkční funkci čili posunem intenzivní produkční funkce nahoru;

c) jak v důsledku růstu kapitálové intenzity, tak i v důsledku zvýšení úrovně používané technologie, tj. **zaváděním technologického pokroku**.



## b) Tempo (míra) růstu produktu a základní rovnice růstového účetnictví

$$Y^* = \kappa \cdot F(K, N) \sim \Delta Y^* = \Delta \kappa \cdot F(K, N) + \underbrace{\kappa \delta \cdot F / \delta K}_{\text{Marginální produkt kapitálu}} \cdot \Delta K + \underbrace{\kappa \cdot \delta F / \delta N}_{\text{Marginální produkt práce}} \cdot \Delta N$$

$$\Delta Y^* = \Delta \kappa \cdot F(K, N) + \text{MPK} \cdot \Delta K + \text{MPN} \cdot \Delta N$$

$$\text{MPK} \cdot K / Y^* = w, \text{ resp. } \text{MPN} \cdot N / Y^* = (1 - w)$$

$$w + (1 - w) = 1$$

**Tempo (míra) růstu potenciálního produktu:**

$$\Delta Y^* / Y^* = \Delta \kappa \cdot F(K, N) / Y^* + \text{MPK} \cdot \Delta K / Y^* + \text{MPN} \cdot \Delta N / Y^*$$

Úprava rovnice dosazením a rozšířením jednotlivých jejích členů:

$$\Delta Y^* = \Delta \kappa \cdot F(K, N); \quad \text{MPK} \cdot \Delta K / Y^* \cdot K / K; \quad \text{MPN} \cdot \Delta N / Y^* \cdot N / N$$

**Rovnice tempa (míry) růstu potenciálního produktu po úpravách:**

$$\Delta Y^* / Y^* = \Delta \kappa / \kappa + w \cdot \Delta K / K + (1 - w) \cdot \Delta N / N$$

**Základní rovnice růstového účetnictví**

$$y^* = \psi + w \cdot k + (1 - w) \cdot n$$

## b) Tempo (míra) růstu produktu a základní rovnice růstového účetnictví

Z rovnice růstového účetnictví ( $y^* = \psi + w \cdot k + (1 - w) \cdot n$ ) plyne, že **tempo růstu potenciálního produktu se rovná součtu**:

- ✓ **tempa, resp. míry růstu souhrnné (integrální) produktivity faktorů ( $\psi$ );**
- ✓ **tempa, resp. míry růstu kapitálu ( $k$ ) násobené (vážené) podílem nákladů kapitálu na produktu ( $w$ );**
- ✓ **tempa, resp. míry růstu pracovního vstupu ( $n$ ) násobené (vážené) podílem mzdových nákladů na produktu ( $1 - w$ ).**

**Koeficient  $\psi$**  je v literatuře nazýván **reziduálním členem** nebo také **Solowovým reziduem**, a to proto, že jeho přímá měřitelnost je obtížná a prakticky se zjišťuje nepřímou:

$$\psi = y^* - w \cdot k - (1 - w) \cdot n$$

**Souhrnná (integrální) produktivita ( $\kappa$ ), resp. multifaktorová produktivita roste** tehdy, jestliže se **získává vyšší (měřitelný) produkt ze stejného množství (objemu) výrobních faktorů kapitál a práce.**

$$\Delta \kappa = \frac{\Delta Y^*}{(K + N)_{const.}}$$

## ❖ Tempo růstu průměrné produktivity práce

- 1 **Východisko rozboru** = základní rovnice růstového účetnictví pro *tempo růstu potenciálního produktu*:

$$y^* = \psi + w \cdot k + (1 - w) \cdot n$$

- 2 Od obou stran se odečte *tempo růstu pracovních sil (n)*:

$$y^* - n = \psi + w \cdot k + (1 - w) \cdot n - n$$

- 3 Úpravy:

$$y^* - n = \psi + w \cdot k - w \cdot n$$

- 4 Po úpravách:

$$y^* - n = w \cdot (k - n) + \psi$$

Determinanty růstu průměrné produktivity práce:

- ✓ *Tempo růstu produktu na obyvatele ( $y^* - n$ );*
- ✓ *Tempo růstu kapitálové intenzity ( $k - n$ ) a jeho součinem s koeficientem  $w$*
- ✓ *Příspěvkem tempa růstu souhrnné (integrální) produktivity faktorů ( $\psi$ )*

# SOLOWŮV MODEL DLOUHODOBÉHO EKONOMICKÉHO RŮSTU

*Solowův model* charakterizuje:

- ✓ **stabilní (stálý) stav ekonomiky**, kterým se rozumí **situace dlouhodobého rovnovážného růstu ekonomiky**;
- ✓ vzájemné vztahy mezi **úsporami, akumulací kapitálu a růstem ekonomiky**;
- ✓ a řeší jak **úspory utvářejí zdroje, které jsou pak použity pro tvorbu kapitálu** (akumulaci kapitálu), která následně vede k vyššímu ekonomickému růstu a k růstu životního standardu.

## a) Úspory a základní rovnice akumulace kapitálu

Východiska analýzy:

$$1) I = S$$

$$2) \Delta K = I - d \cdot K$$

$$3) I = S = s \cdot Y^*$$

$$\Delta K = s \cdot Y^* - d \cdot K$$

Úprava vztahu pro  $\Delta K$ :

$$\frac{\Delta K}{N} = s \cdot \frac{Y^*}{N} - d \cdot \frac{K}{N}$$

$$\frac{\Delta K}{N} = s \cdot q - d \cdot v$$

Za předpokladu, že (1) obyvatelstvo (pracovní síly) roste konstantním tempem  $n (= \Delta N/N)$ , které je determinované vně modelu (exogenně), (2) tempa růstu kapitálové intenzity ( $\Delta v/v$ ), a po úpravách obdržíme základní rovnici akumulace kapitálu, resp. základní rovnici adekvátních kapitálových investic:

$$\Delta v = s \cdot q - (n + d) \cdot v$$

## a) Úspory a základní rovnice akumulace kapitálu

Ze základní rovnice akumulace kapitálu plyne, že

***přírůstek kapitálu na pracovníka ( $\Delta v$ ) = hrubým národním úsporám na pracovníka ( $s \cdot q$ ) - ( $n + d$ ) \cdot v***

### Použití úspor na pracovníka:

- ✓ úspory v rozsahu ( $n \cdot v$ ) na **kapitálové investice** k vybavení nových pracovních sil na úrovni  $K/N$  = **úspory rozšiřující kapitál**;
- ✓ úspory v rozsahu ( $d \cdot v$ ) na **nahrazení opotřebovaného kapitálu**.

### Použití celkových úspor na pracovníka:

- ✓ úspory v rozsahu ( $n \cdot v + d \cdot v$ ), resp. ( $n + d$ ) \cdot v musí být použity **na udržení dané úrovně kapitálové intenzity** ;
- ✓ úspory převyšující rozsah ( $n + d$ ) \cdot v jsou použity **na zvýšení kapitálové intenzity = úspory prohlubující kapitál**;



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

❖ **Stabilní (stálý) stav jako dlouhodobá rovnovážná konstantní míra růstu produktu, kapitálu a pracovních sil**

*Stabilní (stálý) stav = situace, kdy kapitálová intenzita dosáhne rovnovážné hodnoty ( $v^*$ ) a jeho úroveň zůstává nezměněná: kapitál roste stejným tempem jako pracovní síly.*

$$\Delta v = s \cdot q - (n + d) \cdot v \dots \Delta v = 0 \quad 0 = s \cdot q - (n + d) \cdot v \quad \longrightarrow \quad \boxed{s \cdot q = (n + d) \cdot v}$$

**Dílčí závěr:**

*Stabilního (stálého) stavu je dosaženo tehdy, když úspory na obyvatele se právě rovnají úsporám na rozšíření kapitálu, a také i úsporám použitým k náhradě opotřebovaného kapitálu, takže  $\Delta v = 0$ , resp. koeficient intenzity (vybavenosti) dosáhne určité konstantní (neměnné) úrovně  $v^*$ .*

Nemá-li se za předpokladu tempa růstu obyvatelstva ( $n$ ) měnit koeficient  $v^*$ , tak kapitál a obyvatelstvo musí **růst stejnými tempy**. Obdobně, při konstantní úrovni produktivity práce, kdy  $\Delta q = 0$  musí potenciální produkt a obyvatelstvo **růst stejnými tempy** (za předpokladu konstantních výnosů z rozsahu).

*Ve stabilním (stálém) stavu, tj. v situaci dlouhodobého rovnovážného růstu ekonomiky je tempo růstu kapitálu a tempo růstu potenciálního produktu rovno tempu růstu obyvatelstva danému exogenně (vně modelu).*

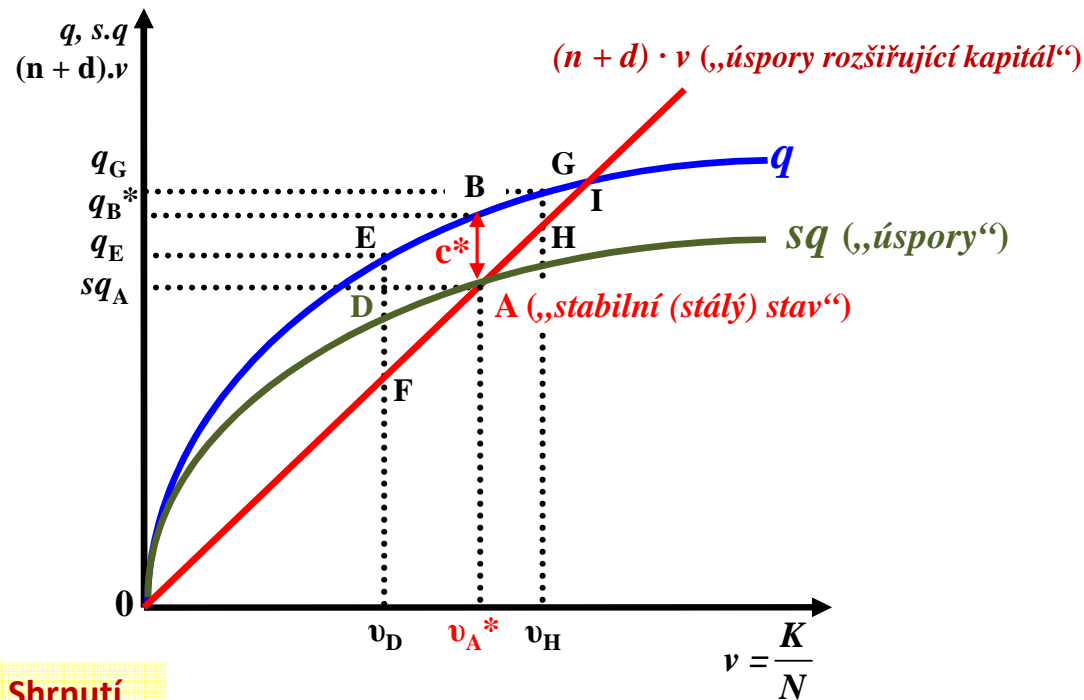
**STABILNÍ (STÁLÝ) STAV**

**Tempo růstu kapitálu = Tempo růstu  $Y^*$  = Tempo růstu obyvatelstva**



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

❖ **Stabilní (stálý) stav jako dlouhodobá rovnovážná konstantní míra růstu produktu, kapitálu a pracovních sil**



A-B ( $c^*$ ) ... přebytek průměrné produkce nad úsporami = **spotřeba na jednoho pracovníka**

F-D ... úspory na pracovníka jsou vyšší než je potřeba akumulace kapitálu

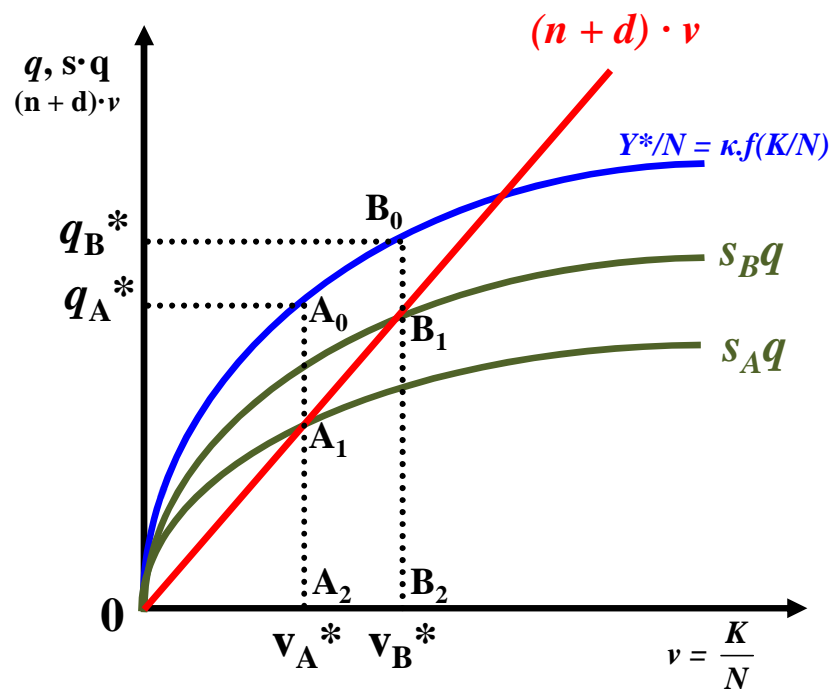
H ... úspory na obyvatele jsou nižší (nedostatečné) než je adekvátní kapitálová potřeba

**Shrnutí**

- ✓ Bez ohledu na výchozí úroveň kapitálové intenzity **rostoucí ekonomika konverguje k bodu A**, kde je koeficient kapitálové intenzity (vybavenosti) **konstantní**, tj. k bodu, kde je  $\Delta v = 0$ .
- ✓ Ekonomika tedy konverguje ke stabilnímu (stálému) stavu dlouhodobého rovnovážného růstu, který se rovná tempu růstu obyvatelstva ( $n$ ).
- ✓ Úroveň produktivity práce na obyvatele (produktu na jednotku pracovního inputu) se ve stabilním (stálém) stavu nemění.

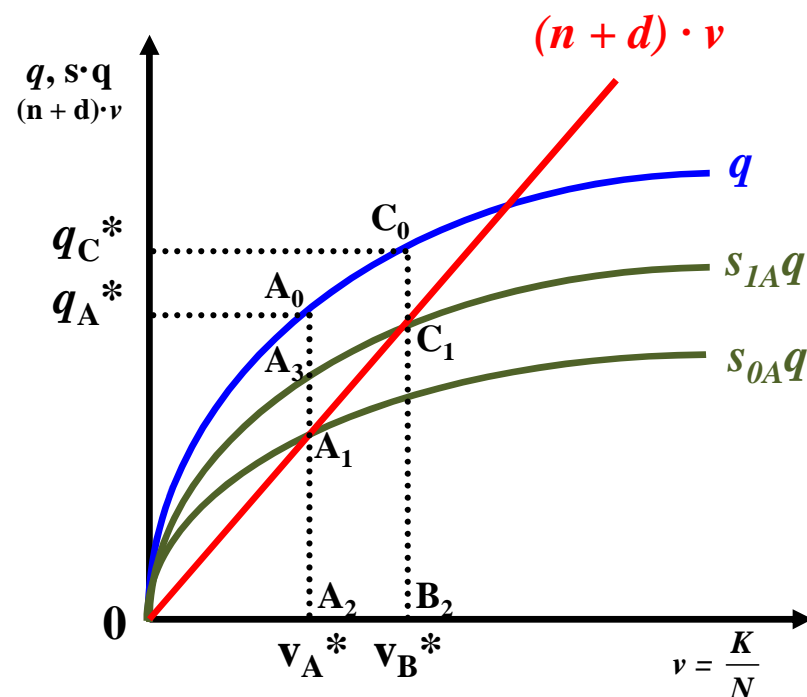


❖ Vliv rozdílných měr úspor na průměrnou produktivitu práce a tempo růstu produktu



Jakmile ekonomika dosáhne stabilního (stálého) rovnovážného růstu, mají ekonomiky stejné tempo růstu potenciálního produktu bez ohledu na výši jejich sklonu k úsporám a akumulaci kapitálu.

❖ Důsledky zvýšení míry úspor na stabilní (stálý) růst



Zvýšení míry národních úspor dočasně zvýší míru růstu  $Y^*$  nad tempo růstu obyvatelstva ( $n$ ) a trvale zvýší úroveň průměrné produktivity práce a koeficient kapitálové intenzity.  
Tempo růstu průměrné produktivity práce se v novém stabilním (stálém) stavu nemění.



## b) Optimální růst a zlaté pravidlo akumulace kapitálu

Výchozím vztahem odvození základní rovnice akumulace kapitálu jsme stanovili rovnost  $I$  a  $S$ .

Avšak, pokud se zvýší míra úspor, tak se sníží míra spotřeby.

Vzniká tak problém volby: je lépe více spořit v přítomnosti nebo maximalizovat přítomnou spotřebu obyvatelstva bez ohledu na budoucí růst?

Odpověď na tuto otázku poskytuje **koncept optimálního růstu potenciálního produktu**.

**Optimální růst potenciálního produktu** je takové tempo růstu, které:

a) **vyrovnává oběti** podstoupené obyvatelstvem tím, že na jedné straně **v přítomném období více spoří** a vznikají tak **náklady akumulace kapitálu**;

b) a **přínosy (užitek)** v podobě **zvýšení spotřebního standardu v budoucnosti** na straně druhé.

**Stabilní (stálý) stav s nejvyšší spotřebou na obyvatele se nazývá zlatým pravidlem úrovně akumulace kapitálu, resp. zlatým pravidlem akumulace kapitálu.**

**Jeho algebraické vyjádření je:**

$$MPK = n + d.$$

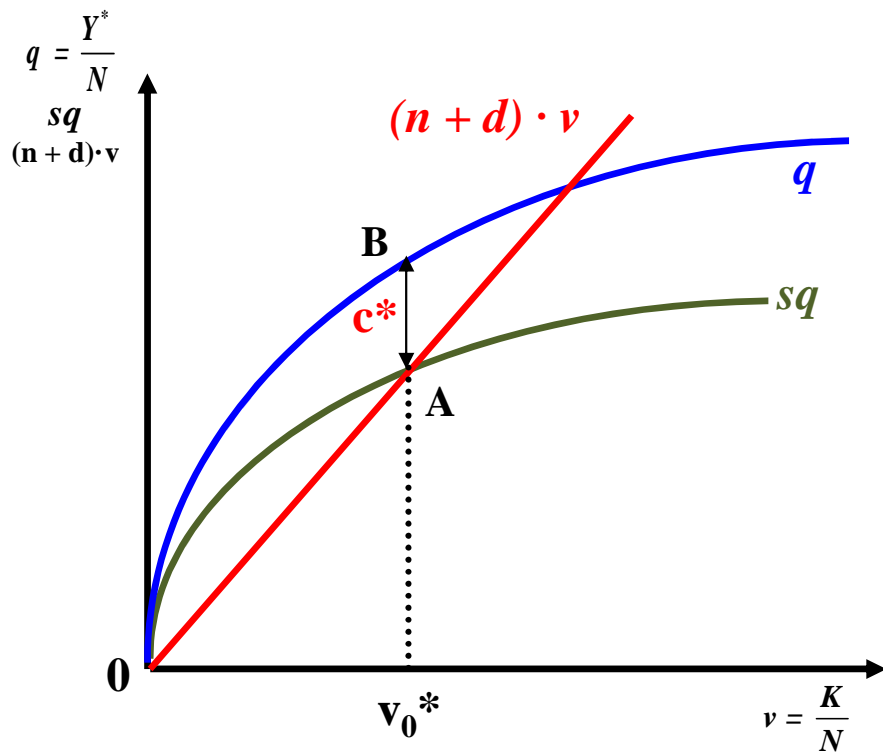
Podle zlatého pravidla akumulace kapitálu se ve stabilním (stálém) stavu spotřeby, kdy je maximalizována spotřeba na obyvatele **marginální produkt kapitálu (MPK) rovná součtu tempa růstu pracovních sil ( $n$ ) a míry opotřebení kapitálu ( $d$ ).**



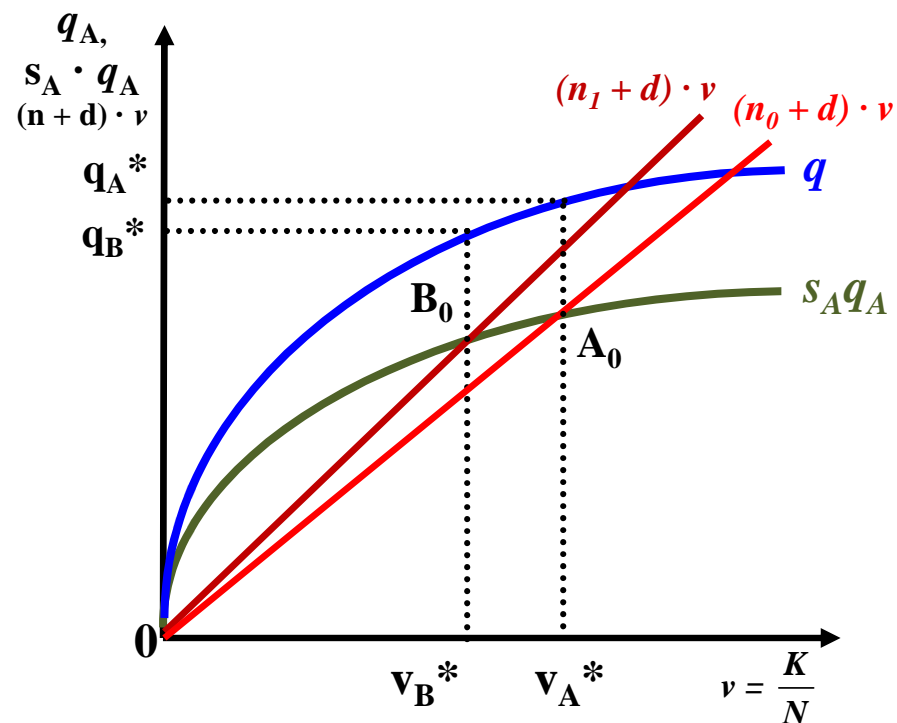
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## b) Optimální růst a zlaté pravidlo akumulace kapitálu

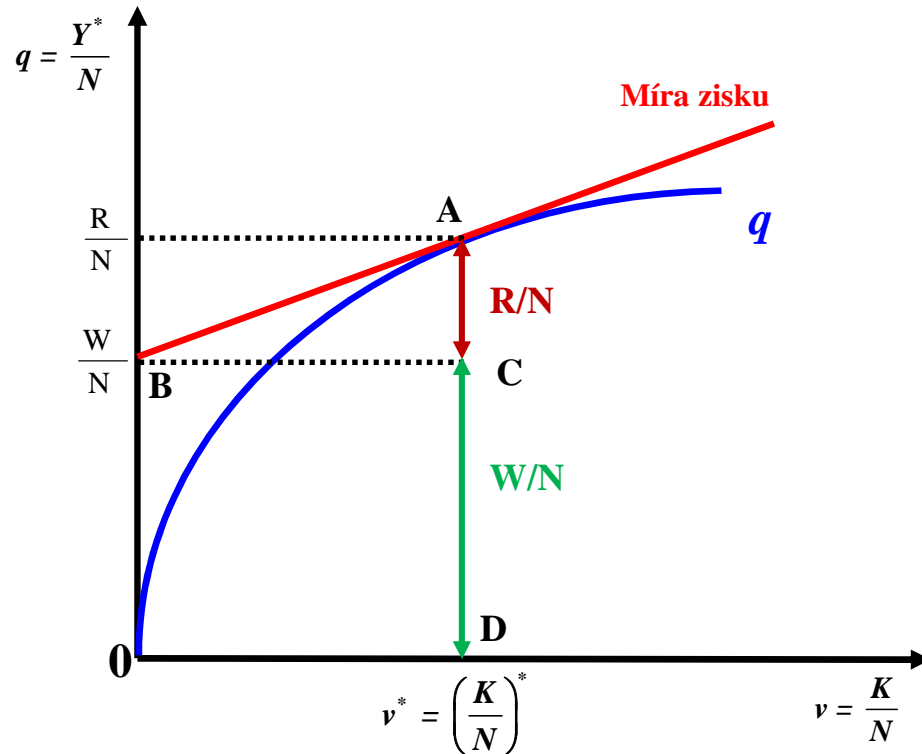
- ❖ Stabilní (stálý) stav, resp. zlaté pravidlo úrovně kapitálu



- ❖ Důsledky zvýšení míry růstu obyvatelstva



## ❖ Neoklasický model růstu a rozdělování produktu na obyvatele na mzdu a zisk



$$Y^* = f(K, N) \dots Nf(K/N)^*$$

V dokonalé konkurenci je *míra zisku* ( $\chi$ ), tj. poměr zisku R ke kapitálu K ( $R/K$ ), rovna MPK.

V dokonalé konkurenci je *reálná mzdová sazba*, resp. průměrná reálná mzda ( $W/N$ ) rovna MPN.

$$W/N = Y^*/N - R/N$$

Reálná mzda na obyvatele se musí rovnat produktu na obyvatele (průměrné produktivě práce na obyvatele, tj.  $q$ ) minus podíl zisku na obyvatele ( $R/N$ )

$$W/N + R/N = Y^*/N$$

Jakmile ekonomika dosáhne stabilního (stálého) stavu, tj. koeficient kapitálové intenzity je  $v^*$  a průměrná produktivita na obyvatele (produkt na obyvatele) dosáhne úrovně  $q^*$ , rozdělení produktu na obyvatele na mzdy na obyvatele a zisk na obyvatele je *konstantní*.

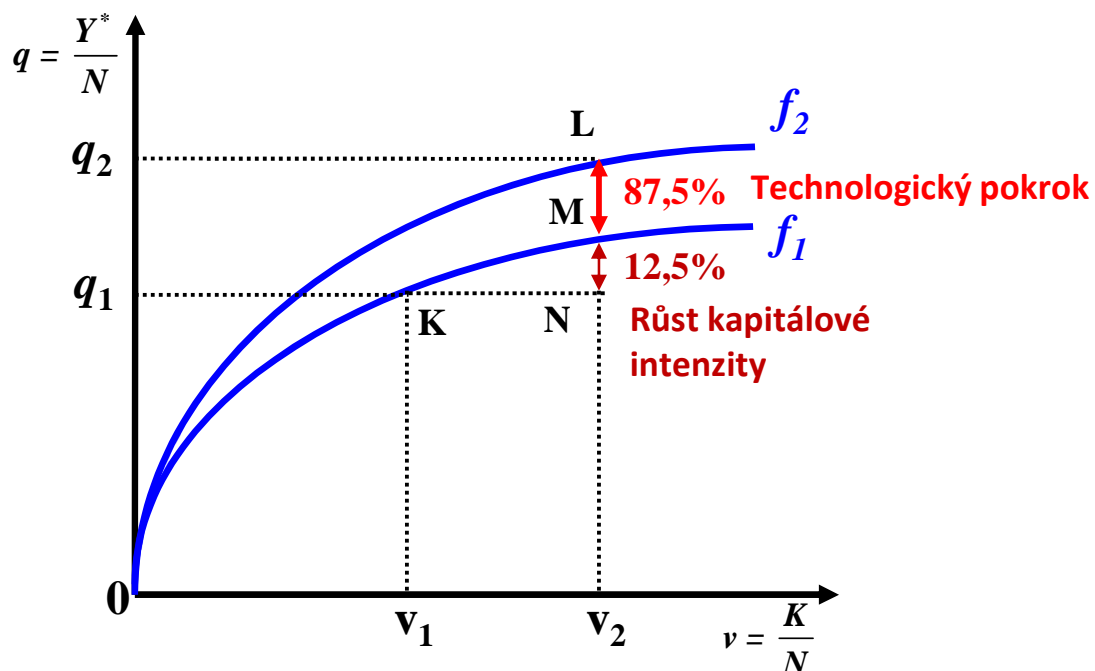
## c) Dlouhodobý ekonomický růst s technologickým pokrokem

**Základní premisa:**

**Hlavním zdrojem ekonomického růstu je zavádění technologického pokroku.**

**Východisko analýzy:**

Model M. R. Solowa, a především **technologický pokrok rozšiřující práci**.

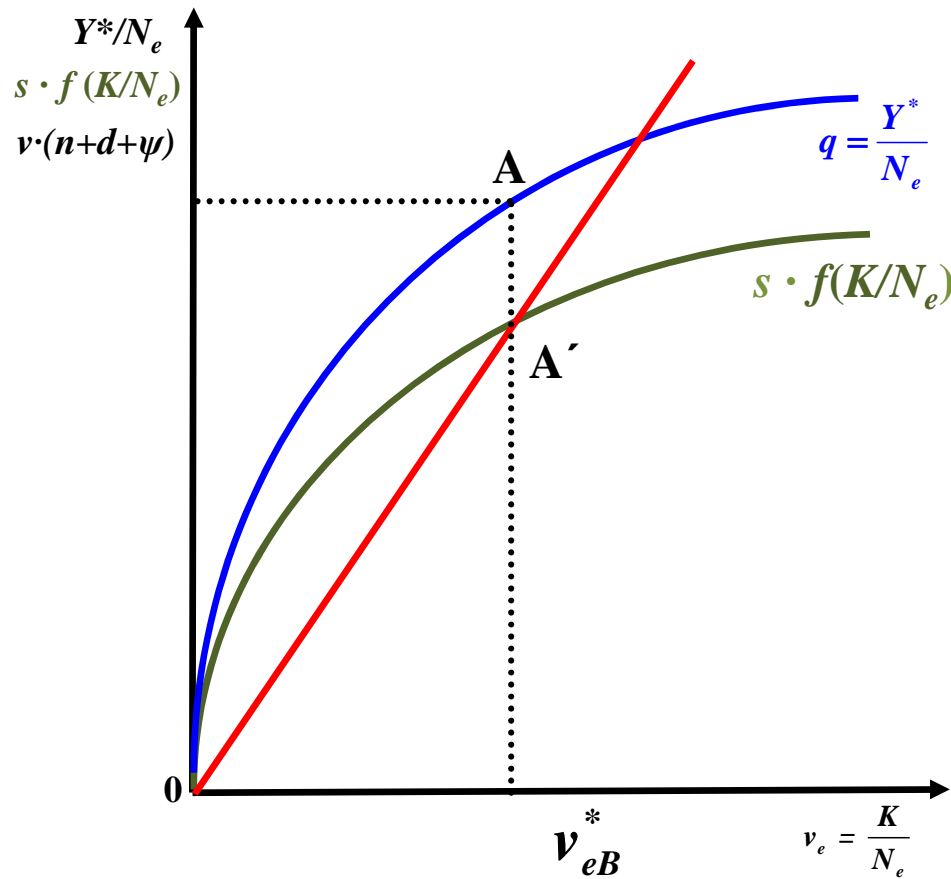


**R. M. Solow rozlišoval technologický pokrok:**

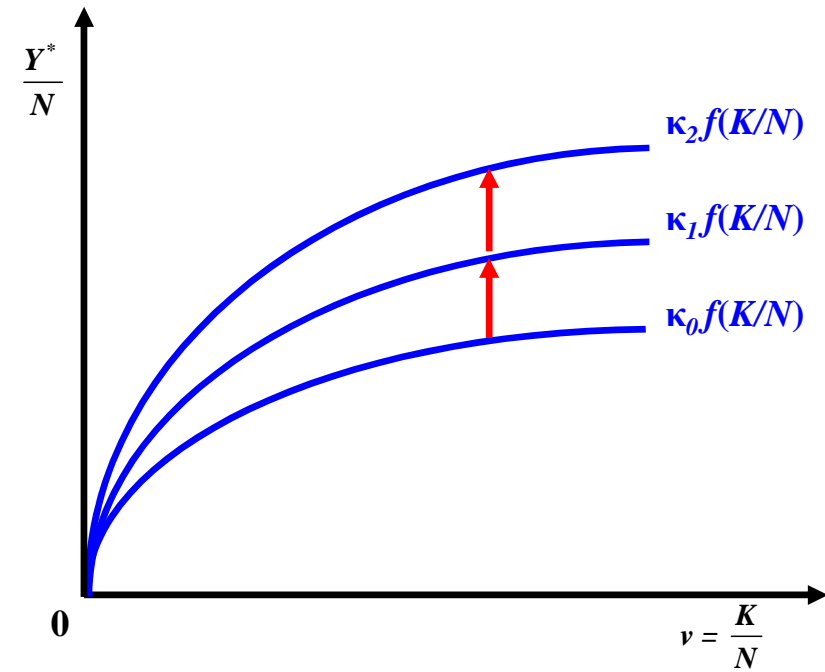
- a) **rozšiřující práci**, tj. technologický pokrok činí každou hodinu práce efektivnější;
- b) **neutrální**, tj. technologický pokrok činí efektivnější oba výrobní faktory (práci i kapitál).

❖ Solowův model dlouhodobého růstu s technologickým pokroem rozšiřujícím práci a neutrálním technologickým pokroem

Technologický pokrok rozšiřující práci



Neutrální technologický pokrok



## Shrnutí závěrů k technologickému pokroku:

1. *Dlouhodobá rovnovážná míra růstu potenciálního produktu se ve stabilním (stálém) stavu rovná součtu tempa růstu technologického pokroku rozšiřujícím práci ( $\psi$ ) + tempa růstu obyvatelstva ( $n$ );*
2. *Ve stabilním (stálém) stavu jsou produkce na efektivní práci, resp. pracovníka ( $Y^*/N_e$ ) a kapitál na efektivní práci, resp. pracovníka  $v_e = K/N_e$  nezměněny, tj. jejich tempo růstu se rovná 0%;*
3. *Kapitál na skutečnou práci, resp. kapitálová intenzita (vybavenost **skutečné práce** roste tempem růstu ( $\psi$ ), tj. tempem růstu technologické změny;*
4. *Ve stabilním (stálém) stavu roste produkce na obyvatele, resp. průměrná produktivita práce tempem, které se rovná tempu (míře) růstu technologického pokroku. Technologický pokrok je příčinou toho, že produkce na obyvatele stále roste. Solowův model tak ukazuje, že jen technologický pokrok je zdrojem neustále rostoucího životního standardu.*

# Literatura

## Základní:

MACH, M. *Makroekonomie II pro inženýrské (magisterské) studium*, 1. a 2. část. Slaný: Melandrium 2001. ISBN 80-86175-18-9.

ŠTANCL A kol. *Základy teorie vojenskoekonomické analýzy*. 1. vyd. Brno: Monika Promotion, 2012. ISBN: 978-80-905384-0-5.

## Doporučená:

MAITAH, M. *Makroekonomie v praxi*. 1. vyd. Praha: Wolters Kluwer ČR, 2010. ISBN 978-80-7375-560-1

WAWROSZ, P., HEISLER, H., MACH, P. *Reálie v makroekonomii – odborné texty, mediální reflexe, praktické analýzy*. Praha: Wolters Kluwer ČR, a.s., 2012. ISBN 978-80-7275-848-0

OLEJNÍČEK, A. a kol. *Ekonomické řízení v podmínkách AČR*. 1. vyd. Uherské Hradiště: LV. Print, 2012. ISBN 978-80-260-3277-9.

ROMER, D. *Advanced Macroeconomics*. 3rd edition. New York: McGraw-Hill/Irwin, 2006. 678 p. ISBN 978-0-07-287730-4.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Úkoly pro samostatnou práci

## Cvičení „*Neoklasický (exogenní) model ekonomického růstu*“

1. Vysvětlete standardní agregátní produkční funkci a její intenzivní formu.
2. Pomocí základní rovnice růstového účetnictví rozeberte determinanty tempa (míry) růstu (potenciálního) produktu (důchodu).
3. Vysvětlete úlohu úspor v dlouhodobém ekonomickém růstu a rozeberte základní rovnici akumulace kapitálu.
4. Charakterizujte stabilní (stálý) stav ekonomiky, optimální růst potenciálního produktu a zlaté pravidlo akumulace kapitálu.
5. Vysvětlete přínos technologického pokroku jako faktoru dlouhodobého ekonomického růstu.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ





INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ





INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

