



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Studijní opora

Název předmětu: **EKONOMIE II** (část makroekonomie)

Téma 6 **DLOUHODOBÝ EKONOMICKÝ RŮST**

## Část 1

### Produkční funkce a Solowův model ekonomického růstu

Zpracoval: doc. RSDr. Luboš ŠTANCL, CSc.

Operační program Vzdělávání pro konkurenceschopnost

Název projektu: Inovace magisterského studijního programu Fakulty vojenského leadershipu

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/2.2.00/28.0326

PROJEKT JE SPOLUFINANCOVÁN EVROPSKÝM SOCIÁLNÍM FONDEM A STÁTNÍM ROZPOČTEM ČESKÉ REPUBLIKY.

## Obsah

### Úvod

#### 1 Produkční funkce a neoklasický model dlouhodobého ekonomického růstu

#### 2 Solowův model dlouhodobého ekonomického růstu

### Závěr - shrnutí

V předchozích textech byla pozornost soustředěna především na determinaci rovnovážné produkce a důchodu v krátkém období, ve kterém úroveň a změny agregátní poptávky determinují úroveň a změny rovnovážné produkce a důchodu. Stejně tak determinují i fluktuační skutečného produktu kolem dlouhodobé trendové linie – **růstu potenciálního produktu**. Dlouhodobý ekonomický růst, resp. růst potenciálního produktu je výrazem růstu výkonnosti ekonomiky na základě růstu celkových kapacit ekonomiky a zvyšování její technologické úrovně.

Po soustředěném prostudování tohoto tématu budete:

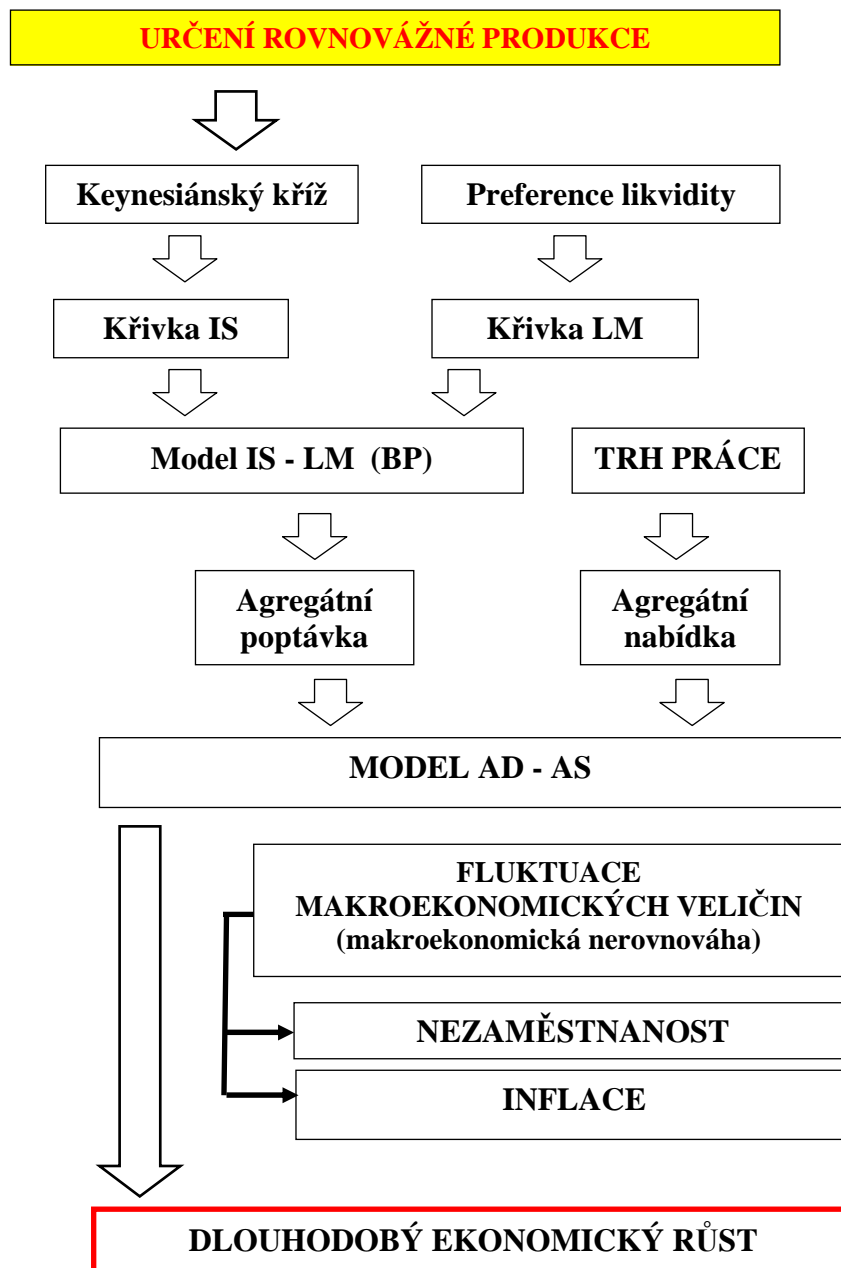
- znát základní kategoriální aparát nezbytný k popisu jednotlivých stránek neoklasického modelu dlouhodobého ekonomického růstu a jeho formování;
- umět vysvětlit hlavní charakteristiky Solowova modelu ekonomického růstu a závěry z něj plynoucí pro reálnou ekonomiku;
- znát a umět charakterizovat stabilní (stálý) stav, tj. situaci dlouhodobého rovnovážného růstu ekonomiky;
- umět vysvětlit úlohu technologického pokroku v Solowově modelu a jeho vliv na charakter reálného dlouhodobého ekonomického růstu.

## Klíčová slova

Dlouhodobý ekonomický růst, zdroje růstu, agregátní produkční funkce (obecná a speciální forma), intenzivní produkční funkce, multifaktorová produktivita, kapitálová intenzita, kapitálový koeficient, rovnice růstového účetnictví, Solowův model, stabilní (stálý) stav, zlaté pravidlo akumulace kapitálu, typy (druhy) technologického pokroku.

**DOPORUČENÝ ČAS POTŘEBNÝ KE STUDIU: 4 – 6 hodin**

## LOGICKÁ STRUKTURA MAKROEKONOMIE – T 7. 1 a T 7. 2



# Úvod

Následující obsah studijního textu je zaměřen na identifikaci **hlavních determinant růstu potenciálního produktu v dlouhém období**. Budou vysvětleny základní kategorie, pomocí kterých budeme analyzovat produkční funkci a neoklasický model dlouhodobého ekonomického růstu, vyvinutý Robertem M. Solowem. V druhé části provedeme analýzu Solowova modelu, který charakterizuje stabilní (stálý) stav a vzájemné vztahy mezi úsporami, akumulací kapitálu a růstem ekonomiky.

## 1 Produkční funkce a neoklasický model dlouhodobého ekonomického růstu

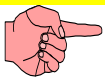
Než přistoupíme k podrobné charakteristice neoklasického modelu, je vhodné připomenout, že budeme-li dále hovořit o ekonomickém růstu, budeme mít vždy na mysli **růst potenciálního produktu**, který značíme  $Y^*$ . Tempo jeho růstu budeme vyjadřovat vztahem  $y^*_t = (Y^*_t - Y^*_{t-1})/Y^*_{t-1}$ .

### a) Základní pojmy a vztahy

Růst produkce v dlouhém období, tj. **růst potenciálního produktu** je determinován **výrobními zdroji** ekonomiky dané země, které můžeme rozdělit na:

- **Vstupy (inputy) výrobních faktorů – práce a kapitál:** růst objemu (množství) těchto vstupů přímo ovlivňuje růst produkce.
- **Úroveň (stav) používané technologie:** zvyšování úrovně používané technologie vede k růstu produktu při daném (neměnném) objemu vstupů.

#### K zapamatování!



**Používaná úroveň (stav) technologie se promítá do růstu souhrnné (integrální) produktivity vstupů výrobních faktorů, resp. multifaktorové produktivity.**

#### ➤ Agregátní produkční funkce

**Agregátní produkční funkce** (obecná forma) popisuje **vzájemný vztah mezi potenciálním produktem ( $Y^*$ ) a vstupy výrobních faktorů používaných při jeho výrobě**, tj. kapitálu ( $K$ ), práce ( $N$ ) a úrovně (stavu) technologie ( $\kappa$ ). Její **obecná forma** má tvar  **$Y^* = F(K, N, \kappa)$** .

**Agregátní produkční funkce transformuje** v daném období **vstupy výrobních faktorů na maximálně dosažitelný potenciální produkt** – ukazuje „tvorbu“ **maximální kapacity ekonomiky**, která je v dlouhém období plně využívána, tj. **skutečná míra nezaměstnanosti je rovna přirozené míře nezaměstnanosti a kapitál je plně využit**.

### ➤ **Speciální forma produkční funkce**

Obecnou formu produkční funkce, která **neobsahuje žádné omezení pružnosti produktu ( $Y^*$ )** vzhledem ke kapitálu ( $K$ ), práci ( $N$ ) a úrovni používané technologie ( $K$ ), je někdy užitečné **transformovat do speciální formy**, a to za předpokladu, že *pružnost produktu ( $Y^*$ ) vzhledem k úrovni používané technologie ( $K$ ) se rovná jedné, zatímco pružnost potenciálního produktu ( $Y^*$ ) vzhledem k ostatním výrobním faktorům - kapitálu ( $K$ ) a práci ( $N$ ) není specifikována.*

Speciální forma produkční funkce:

$$Y^* = \kappa F(K, N),$$

kde  $\kappa$  = *souhrnná (integrální) produktivita faktorů*, resp. *multifaktorová produktivita*  
a  $F(K, N)$  = *standardní neoklasická produkční funkce*.

### ➤ **Průměrná produktivita práce ( $q$ )**

*Průměrnou produktivitou práce rozumíme (za předpokladu, že skutečný produkt se rovná potenciálnímu produktu) produkt na jednoho pracovníka nebo produkci na jednu hodinu práce či stručně produkci na jednotku pracovního výstupu -  $q = Y^*/N$*

#### **Komentář**

Ve výrazu  $q = Y^*/N$  měří  $N$  *jednotky pracovního vstupu* (agregátní pracovní input), tj. *bud' počet hodin práce*, potom výraz vyjadřuje *průměrnou hodinovou produktivitu práce*, nebo  $N$  *vyjadřuje počet pracovníků*, potom výraz značí *průměrnou produktivitu práce jednoho pracovníka*.

- *Pokud roste potenciální produkt ( $Y^*$ ) rychleji než objem pracovního vstupu ( $N$ ) - při růstu kapitálu i růstu úrovně používané technologie - **průměrná produktivita práce roste**.*
- *Průměrná produktivita práce klesá, když roste objem pracovního vstupu, ale současně s tím se nemění objem kapitálu a úroveň používané technologie, tak se zvyšuje celková produkce, ale v důsledku klesajících výnosů každá dodatečná jednotka pracovního vstupu (hodina práce, dodatečný pracovník) přidá k celkové produkci méně než předchozí jednotka - **klesá marginální produktivita práce**.*

*Odstranit pokles průměrné produktivity práce vyžaduje zvýšit objem používaného kapitálu (při dané úrovni technologie), který by kompenzoval klesající výnosy spojené s používáním dodatečných jednotek práce.*

### ➤ **Výnosy z rozsahu**

Jsou-li najímání pracovníci, aby vyrobili větší množství produkce (při dané úrovni technologie), pak **nemá-li klesnout průměrná produktivita práce, musí být tito noví pracovníci (jednotky práce) vybaveni stejným rozsahem kapitálu** jako dosavadní pracovníci (jednotky práce). Tento předpoklad je v analýze ekonomického růstu obsažen v konceptu **konstantních výnosů z rozsahu**. Kromě konstantních výnosů z rozsahu rozlišujeme **rostoucí a klesající výnosy z rozsahu**.

## K zapamatování!



**Výnosy z rozsahu** (za předpokladu, že se úroveň technologie nemění):

- ✓ **konstantní výnosy z rozsahu = zvýšení rozsahu**, tj. množství nebo velikosti ve výrobním procesu používaného kapitálu a práce **vyústí v ekviproporcionální zvýšení produkce**;
- ✓ **rostoucí výnosy z rozsahu** = produkce roste rychleji, než roste objem používaného kapitálu a práce;
- ✓ **klesající výnosy z rozsahu** = produkce roste pomaleji, než roste objem používaného kapitálu a práce.

### ➤ **Kapitálová intenzita a Intenzivní produkční funkce**

Za předpokladu konstantních výnosů z rozsahu vede stejné procentuální zvýšení kapitálu a práce k ekviproporcionálnímu zvýšení produkce a za předpokladu neměnné úrovně technologie se **úroveň průměrné produktivity práce nemění**. Růst životního standardu vyžaduje zvyšování úrovně průměrné produktivity práce. Jednou z cest ke zvýšení průměrné produktivity práce je růst **kapitálové intenzity, resp. kapitálové vybavenosti pracovníků**.

## K zapamatování!



**Kapitálová intenzita, resp. kapitálová vybavenost pracovníků ( $v$ ) = průměrný objem kapitálu připadající pro použití jedním pracovníkem, resp. jednotkou práce; kapitálovou intenzitu (vybavenost) charakterizuje koeficient kapitálové intenzity:**

$$v = K/N$$

$$\text{Kapitálová intenzita (průměrná)} = v = \frac{K}{N}$$

Ke **zvyšování kapitálové intenzity** (zvyšování kapitálové intenzity se též označuje **prohlubováním kapitálu**) dochází tehdy, **jestliže se zvyšuje koeficient kapitálové intenzity ( $v$ ), tj. zvyšuje-li se objem kapitálu průměrně připadající na jednoho pracovníka**.

**Koeficient kapitálové intenzity:**

- **roste** tehdy, když **tempo růstu kapitálu je vyšší než tempo růstu pracovních sil**, tj.  $\Delta K/K > \Delta N/N$ ;
- **nemění se**, když **tempo růstu kapitálu je stejné jako tempo růstu pracovních sil**, tj.  $\Delta K/K = \Delta N/N$ ;
- **snižuje se**, když **tempo růstu kapitálu je nižší než tempo růstu pracovních sil**, tj.  $\Delta K/K < \Delta N/N$ .

Vztah mezi průměrnou produktivitou práce na jednotku pracovního inputu jako **závisle proměnnou**, kapitálovou intenzitou ( $v = K/N$ ) a úrovní technologie ( $\kappa$ ) jako **nezávisle proměnnými** charakterizuje **intenzivní produkční funkce**.

**Formální odvození intenzivní produkční funkce).**

- speciální forma produkční funkce:  $Y^* = \kappa F(K, N)$
- násobíme a dělíme kapitál, resp. index růstu kapitálu ( $K$ ) objemem, resp. indexem růstu pracovního inputu ( $N$ ):  $Y^* = \kappa F(NK/N, N)$

Předpokládáme-li **konstantní výnosy z rozsahu**, potom existuje **jednotková pružnost produktu ( $Y^*$ ) vzhledem k práci ( $N$ )**, což se promítá v čitateli prvního a druhého členu v závorce. Proto můžeme  $N$  vytknout před závorku a dostaneme:  $Y^* = \kappa N f(K/N, 1)$

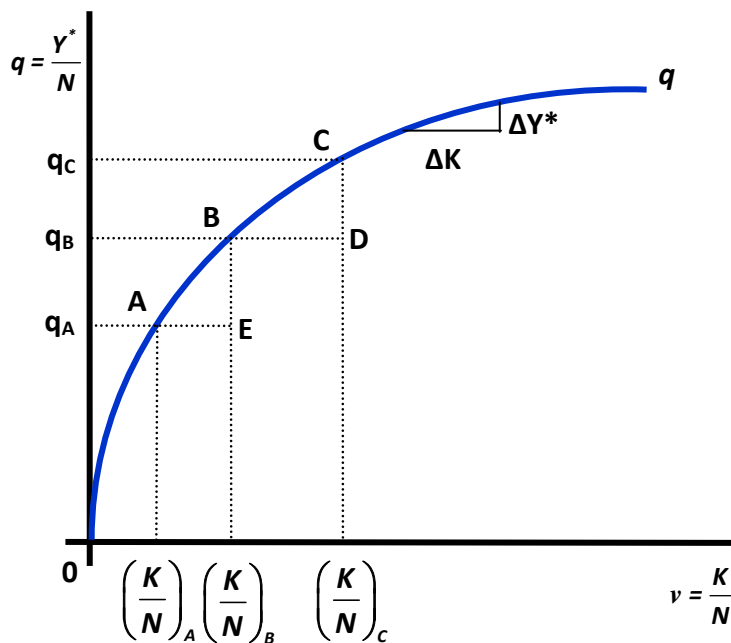
- dělíme-li obě strany rovnice objemem, resp. indexem objemu pracovního inputu ( $N$ ), dostaneme:

$$\frac{Y^*}{N} = \kappa f\left(\frac{K}{N}, 1\right) = \kappa f\left(\frac{K}{N}\right) \quad \text{resp.} \quad q = \kappa f(v)$$

$$\text{Rovnice Intenzivní produkční funkce:} \quad q = \kappa f(v)$$

**Obrázek 1**

**Intenzivní produkční funkce**



**Komentář**

Z obrázku je patrné, že (a) úrovni kapitálové vybavenosti  $v_a$ , resp.  $(K/N)_A$  odpovídá **průměrná produktivita práce**  $q_a$ , resp.  $(Y^*/N)_A$ . Zvýšení kapitálové intenzity z  $(K/N)_A$  na  $(K/N)_B$  a posléze na  $(K/N)_C$  vede postupně **ke zvýšení průměrné produktivity práce** z  $q_a$ , resp.  $(Y^*/N)_A$  ke  $q_b$ , resp.  $(Y^*/N)_B$  a posléze až ke  $q_c$  resp.  $(Y^*/N)_C$ ;

(b) **každé dodatečné zvýšení kapitálové intenzity vyvolává menší přírůstek průměrné produktivity práce**, tj. prosazuje se **princip klesajících výnosů z kapitálu**.

➤ **Intenzivní produkční funkce a kapitálový koeficient**

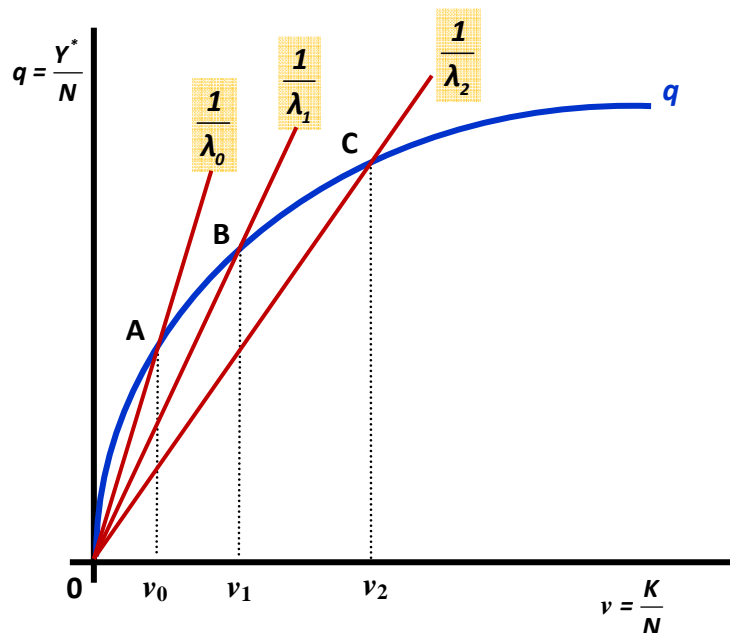
**Intenzivní produkční funkce** zakotvuje **možnost substituce mezi kapitálem a prací**, neboť každý bod této funkce představuje **poměr průměrné produktivity práce ( $q$ ) a kapitálové intenzity ( $v$ )**.

$$\frac{q}{v} = \frac{Y^*/N}{K/N} = \frac{Y^*}{K} \rightarrow \text{poměr } (q) \text{ a } (v) = \text{inverzní velikost kapitálového koeficientu, tj. } Y^*/K.$$

Kapitálový koeficient ( $\lambda$ ) se tedy rovná:  $\lambda = \frac{K}{Y^*}$

Upravenou rovnici intenzivní produkční funkce můžeme pak vyjádřit takto:  $\frac{q}{v} = \frac{1}{\lambda}$

**Obrázek 2**  
**Determinace kapitálového koeficientu**



**Komentář**

Z obrázku plyne, že **sklon přímky vycházející z počátku ke kterémukoliv bodu intenzivní produkční funkce  $f(v)$  determinuje velikost inverzního kapitálového koeficientu v tomto bodě: sklon této přímky je  $1/\lambda$** . Pohybuje-li se ekonomika po dané produkční funkci (nepředpokládáme tedy technologický pokrok), pak **velikost kapitálového koeficientu  $\lambda_0$  se postupně zvyšuje ve směru od bodu A (kapitálové intenzity  $v_0$ ) k bodu C (kapitálové intenzitě  $v_2$ )**. Obdobně **roste i kapitálový koeficient na úroveň  $\lambda_2$** .

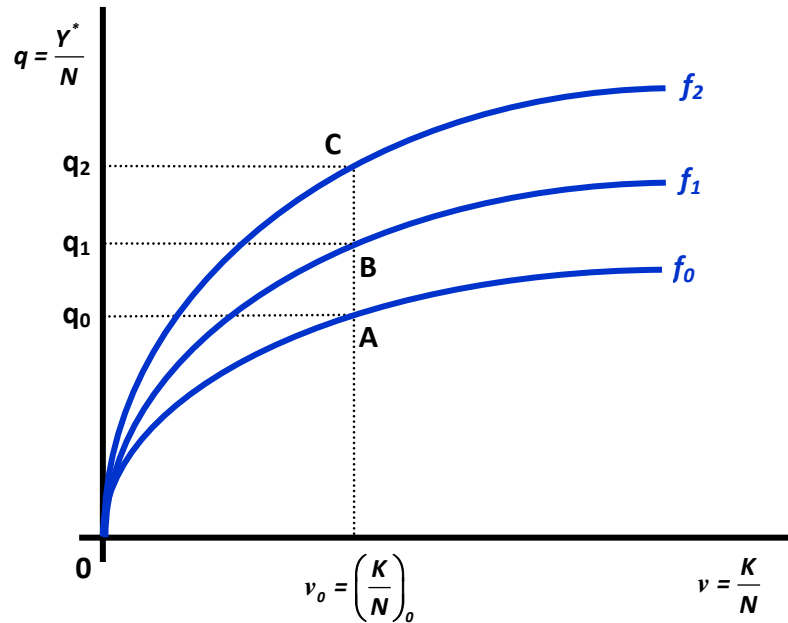
Z obrázku je také patrné, že **neoklasická produkční funkce umožňuje, aby se kapitálový koeficient ( $\lambda$ ) měnil spolu se změnami kapitálové intenzity ( $v$ )**.



- *Analýza problému pohybu po intenzivní produkční funkci a posunu produkční funkce nahoru v důsledku technologického pokroku.*

Obrázek 3

*Technologický pokrok a posuny intenzivní produkční funkce*



**Komentář**

Z intenzivní produkční funkce  $f_0$  plyne, že při dané kapitálové vybavenosti  $v_0 = (K/N)_0$  a při úrovni používané technologie  $\kappa_0$  je **úroveň produktivity práce**  $q_0 = (Y^*/N)_0$ .

Intenzivní produkční funkce  $f_1$  je **posunuta nahoru** v důsledku aplikace vyšší úrovně technologie  $\kappa_1$ , jež při dané (neměnné) kapitálové vybavenosti  $v_0 = (K/N)_0$  vede k **růstu průměrné produktivity práce** na  $q_1 = (Y^*/N)_1$ .

Intenzivní produkční funkce  $f_2$  zakotvuje nejvyšší úroveň používané technologie ( $\kappa_2$ ) a při neměnné kapitálové intenzitě  $v_0 = (K/N)_0$  je **průměrná produktivita práce nejvyšší**, tj. činí  $q_2 = (Y^*/N)_2$ .

**K zapamatování!**



**Při neměnné kapitálové intenzitě  $v_0 = (K/N)_0$  vede zvyšování úrovně používané technologie (od  $\kappa_0$  k  $\kappa_1$  a ke  $\kappa_2$ ) k růstu průměrné produktivity práce, a tedy k posunu z nižší intenzivní produkční funkce na vyšší.**

Z analýzy plyne, že **průměrná produktivita práce může být zvyšována:**

- buď **zvyšováním kapitálové intenzity**, tj. **pohybem po dané intenzivní produkční funkci**;
- nebo **zvýšením úrovně používané technologie**, tj. **přechodem z „nižší“ intenzivní produkční funkce na „vyšší“ intenzivní produkční funkci čili posunem intenzivní produkční funkce nahoru**;
- **jak v důsledku růstu kapitálové intenzity, tak i v důsledku zvýšení úrovně používané technologie, tj. zaváděním technologického pokroku.**

## **b) Tempo (míra) růstu produktu a základní rovnice růstového účetnictví**

**Tempo (míra) růstu produktu (důchodu) je jedna z klíčových makroekonomických charakteristik výkonu ekonomik jednotlivých zemí.** Stejně tak úroveň a tempo (míra) růstu průměrné produktivity práce vypovídá synteticky o úrovni a o růstu úrovně životního standardu. Determinantami temp těchto ekonomických charakteristik se nyní budeme zabývat.

Teoretický rámec růstového účetnictví, v rámci kterého je tempo růstu analyzováno, vyvinul Robert M. Solow. Jeho model růstu je založen na **standardních neoklasických předpokladech:**

- 1) V ekonomice existuje dokonalá konkurence jak na trhu práce, tak i na trhu kapitálu, firmy maximalizují zisk a mzdy jsou dokonale pružné. Proto v dlouhém období **marginální produkt práce determinuje reálnou mzdu a marginální produkt kapitálu determinuje míru zisku na kapitál.**
- 2) Existuje dokonalá substituce mezi kapitálovými statky a spotřebními statky, resp. je vyráběno **kompozitní (složené) zboží (produkce).**
- 3) Existují **konstantní výnosy z rozsahu.**
- 4) Koeficient pracovní participace je **neměnný**, tzn., že **tempo růstu obyvatelstva je shodné s tempem růstu pracovních sil (vstupů práce).**
- 5) Předpokládá se **uzavřená ekonomika.**

Východiskem určení determinant tempa (míry) růstu (potenciálního) produktu (důchodu) jako klíčové charakteristiky výkonu ekonomiky je **obecná forma agregátní produkční funkce** -  $Y^* = F(K, N, \kappa)$  a předpoklad **neutrálního technologického pokroku** (speciální forma, resp. typ), podle něhož **zvyšování úrovně používané technologie zvyšuje stejně marginální produkt kapitálu i marginální produkt práce.** Se zřetelem k těmto předpokladům můžeme obecnou agregátní produkční funkci přepsat do její specifické formy:  $Y^* = \kappa \cdot F(K, N)$ .

Následně pro změnu (přírůstek) potenciálního produktu ( $\Delta Y^*$ ) můžeme rovnici upravit do tvaru:

$$\Delta Y^* = \Delta \kappa F(K, N) + \kappa \frac{\delta F}{\delta K} \cdot \Delta K + \kappa \frac{\delta F}{\delta N} \cdot \Delta N$$

V rovnici:

$\kappa \frac{\delta F}{\delta K}$  je *marginální produkt kapitálu*, tj. **MPK** a  $\kappa \frac{\delta F}{\delta N}$  je *marginální produkt práce*, tj. **MPN**, a rovnice tak rozděluje  $\Delta Y^*$  mezi  $\Delta \kappa$ ,  $\Delta K$  a  $\Delta N$ .

S využitím těchto předpokladů můžeme rovnici přepsat do tvaru:

$$\Delta Y^* = \Delta \kappa F(K, N) + MPK \cdot \Delta K + MPN \cdot \Delta N$$

kde:

$\Delta \kappa F(K, N)$  je *přírůstek produktu vyvolaný růstem souhrnné produktivity faktorů (úroveň používané technologie)*

Vzhledem k předpokladům, za nichž je neoklasický model vybudován, zejména k předpokladu dokonalé konkurence a předpokladu konstantních výnosů z rozsahu, se *marginální produkt kapitálu rovná míře zisku*, tj. zisku na kapitál (zisku na jednotku kapitálu). Pokud *relativní podíl zisku* (nákladů kapitálu) *na produktu* označíme **w**, tak můžeme psát:

$$\frac{MPK \cdot K}{Y^*} = w$$

Obdobně *marginální produkt práce se rovná* za předpokladu dokonalé konkurence *reálné mzdě*, takže relativní podíl mzdových nákladů na produktu, resp. nákladů práce na produktu, který

označíme **1 - w** se rovná  $\frac{MPN \cdot N}{Y^*} = 1 - w$

Součet podílu výrobního faktoru kapitál (nákladů kapitálu) na produktu (**w**) a podílu výrobního faktoru práce (mzdových nákladů) na produktu (**1 - w**) se za předpokladu konstantních výnosů z rozsahu rovná jedné. Tedy **w + (1 - w) = 1**.

Algebraicky nyní vyjádříme *tempo (míru) růstu potenciálního produktu*, k tomu:

Rovnici  $\Delta Y^* = \Delta \kappa F(K, N) + MPK \cdot \Delta K + MPN \cdot \Delta N$  vydělíme  $Y^*$ , tím obdržíme rovnici

$$\frac{\Delta Y^*}{Y^*} = \frac{\Delta \kappa F(K, N)}{Y^*} + \frac{MPK \cdot \Delta K}{Y^*} + \frac{MPN \cdot \Delta N}{Y^*}, \text{ kde}$$

$\Delta Y^*/Y^*$  se rovná *tempo růstu potenciálního produktu*, které budeme označovat symbolem **y\***.

Pravou stranu rovnice upravíme tak, že jednotlivé členy vyjádříme následovným způsobem:

➤  $\Delta Y^* = \Delta \kappa F(K, N)$ ;

➤  $\frac{MPK \cdot \Delta K}{Y^*} = \frac{MPK \cdot K}{Y^*} \cdot \frac{\Delta K}{K}$  a  $\frac{MPN \cdot \Delta N}{Y^*} = \frac{MPN \cdot N}{Y^*} \cdot \frac{\Delta N}{N}$

Následně celou rovnici vyjádříme ve tvaru:  $\frac{\Delta Y^*}{Y^*} = \frac{\Delta \kappa}{\kappa} + w \cdot \frac{\Delta K}{K} + (1 - w) \frac{\Delta N}{N}$

Položme:  $\frac{\Delta Y^*}{Y^*} = y^*$ ;  $\frac{\Delta \kappa}{\kappa} = \psi$ ;  $\frac{\Delta K}{K} = k$ ;  $\frac{\Delta N}{N} = n$

Na základě uvedených předpokladů a matematických úprav můžeme algebraicky vyjádřit **základní rovnici růstového účetnictví** ve tvaru:

$$y^* = \psi + w \cdot k + (1 - w) \cdot n$$

### K zapamatování!



**Tempo růstu potenciálního produktu se rovná součtu:**

- i) **tempa, resp. míry růstu souhrnné (integrální) produktivity faktorů ( $\psi$ );**
- ii) **tempa, resp. míry růstu kapitálu ( $k$ ) násobené (vážené) podílem nákladů kapitálu na produktu ( $w$ );**
- iii) **tempa, resp. míry růstu pracovního vstupu ( $n$ ) násobené (vážené) podílem mzdových nákladů na produktu ( $1 - w$ ).**

$$y^* = \psi + w \cdot k + (1 - w) \cdot n$$

### Komentář

**Koeficient  $\psi$** , který vyjadřuje tempo, resp. míru růstu souhrnné integrální produktivity faktorů je v literatuře nazýván **reziduálním členem** v základní rovnici růstového účetnictví nebo také **Solowovým reziduem**, a to proto, že jeho přímá měřitelnost je obtížná a prakticky se zjišťuje nepřímo výpočtem ze vztahu:  $\psi = y^* - w \cdot k - (1 - w) \cdot n$

**Souhrnná (integrální) produktivita**, resp. multifaktorová produktivita roste tehdy, **jestliže se získává vyšší (měřitelný) produkt ze stejného množství (objemu) výrobních faktorů kapitál a práce**. To znamená, že roste zejména v důsledku využití výsledků výzkumu a vývoje, zlepšené technologie, zvýšení vzdělání a kvalifikace, zkušeností a odborného zaškolení, v důsledku používání zdokonalených metod organizování práce a řízení apod.

Ve světové literatuře existuje i obecnější koncepce souhrnné (integrální) produktivity faktorů, např. jako **vyšší efektivnost použití daných výrobních faktorů, tj. růst produkce nad daným (neměnným) objemem výrobních faktorů**, který kromě technologického pokroku - jež je rozhodující - zahrnuje i další faktory, jako např. nařízení vlády o zpřísnění parametrů životního prostředí může přinutit firmy, aby investovaly kapitál, který vede ke snížení škodlivých emisí, což vede k růstu kapitálu, ale bez měřitelného efektu růstu produkce pro firmy, což však implikuje nižší úroveň či růst souhrnné produktivity faktorů.

### ➤ Tempo růstu průměrné produktivity práce.

Máme-li určit tempo růstu průměrné produktivity práce, tj. **tempo růstu produktu na obyvatele**, odečteme od obou stran rovnice  $y^* = w \cdot k + (1 - w) \cdot n + \psi$  tempo růstu pracovních sil ( $n$ ). Dostaneme tak  $y^* - n = w \cdot k + (1 - w) \cdot n - n + \psi$ , a po úpravě  $y^* - n = w \cdot k - w \cdot n + \psi$ .

A nakonec

$$y^* - n = w \cdot (k - n) + \psi$$

Rovnice obsahuje determinanty tempa růstu průměrné produktivity práce:

- výraz na levé straně této rovnice ( $y^* - n$ ) představuje rozdíl tempa růstu produktu a tempa růstu pracovních sil, což přibližně vyjadřuje tempo růstu průměrné produktivity práce, tj. tempo růstu produktu na obyvatele
- tempo růstu průměrné produktivity práce je determinováno součtem:
  - **tempa růstu kapitálové intenzity ( $k - n$ ) a jeho součinem s koeficientem  $w$** , jež vyjadřuje podíl nákladů kapitálu na produktu;
  - **příspěvku tempa růstu souhrnné (integrální) produktivity faktorů ( $\psi$ )**, jež vyjadřuje efekt zvýšení používané úrovně technologie na tempo růstu průměrné produktivity práce.

## 2 Solowův model dlouhodobého ekonomického růstu

Model charakterizuje **stabilní (stálý) stav**, vzájemné vztahy mezi **úsporami, akumulací kapitálu a růstem ekonomiky**. Řeší, jak **úspory utvářejí zdroje, které jsou pak použity pro tvorbu kapitálu** (akumulaci kapitálu), která následně vede k **vyššímu ekonomickému růstu** a k růstu životního standardu.

**Stabilním (stálým) stavem ekonomiky budeme rozumět situaci dlouhodobého rovnovážného růstu ekonomiky.**

### a) Úspory a základní rovnice akumulace kapitálu

Východiskem rozboru uvedeného problému je rovnost celkových hrubých domácích investic ( $I$ ) a hrubých domácích úspor ( $S$ ):  **$I = S$** .

Přírůstek kapitálu se bude rovnat investicím ( $I$ ) (realizovaným úsporám, které tvoří fixní podíl na potenciálním produktu) zmenšeným o amortizaci ( $d \cdot K$ , kde  $d$  je míra amortizace, opotřebení):

$$\Delta K = I - d \cdot k$$

Spotřeba a úspory tvoří fixní podíl v potenciálním produktu: sklon k úsporám činí  $s$ , sklon ke spotřebě  $c$ . **Úspory tedy tvoří fixní podíl ( $s$ ) na potenciálním produktu**, takže  **$I = S = s \cdot Y^*$**

V rovnici pro přírůstek kapitálu nahradíme investice úsporami  **$\Delta K = s \cdot Y^* - d \cdot k$** , a rovnici

vydělíme  $N$  a dostaneme  $\frac{\Delta K}{N} = s \cdot \frac{Y^*}{N} - d \cdot \frac{K}{N}$ , kde  $\frac{Y^*}{N} = q$  a  $\frac{K}{N} = v$

Rovnici tak můžeme přepsat do tvaru:

$$\frac{\Delta K}{N} = s \cdot q - d \cdot v$$

Předpokládejme, že tempo růstu obyvatelstva a tempo růstu pracovních sil jsou shodné a rostou **konstantním tempem, které je determinováno faktory vně modelu, tj. exogenně!**

Tempo růstu kapitálové intenzity  $\Delta v/v$  můžeme zřejmě psát takto  $\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta K}{K} - \frac{\Delta N}{N}$

Vzhledem k tomu, že  $\Delta K/K = k$  a  $\Delta N/N = n$ , můžeme rovnici přepsat do tvaru:  $\frac{\Delta v}{v} = k - n$

Přírůstek kapitálu můžeme vyjádřit i takto:  $\Delta K = n \cdot K + \frac{\Delta v}{v} \cdot K$ . Vydělením obou stran počtem

obyvatelstva ( $N$ ) dostaneme:  $\frac{\Delta K}{N} = n \cdot \frac{K}{N} + \frac{K}{N} \cdot \frac{\Delta v}{v}$  resp.  $\frac{\Delta K}{N} = n \cdot v + \Delta v$

Substitucí rovnice  $\frac{\Delta K}{N} = n \cdot v + \Delta v$  za  $\Delta K/N$  do rovnice  $\frac{\Delta K}{N} = s \cdot q - d \cdot v$ , dostaneme:

$$n \cdot v + \Delta v = s \cdot q - d \cdot v, \text{ resp. } \Delta v = s \cdot q - n \cdot v - d \cdot v$$

a po úpravě dostaneme rovnici  $\Delta v = s \cdot q - (n + d) \cdot v$ , která je **základní rovnicí akumulace kapitálu, resp. základní rovnicí adekvátní tvorby kapitálu (adekvátních kapitálových investic)**.

### K zapamatování!



**Základní rovnice akumulace kapitálu:  $\Delta v = s \cdot q - (n + d) \cdot v$**

### Komentář

Podle předpokladu **roste obyvatelstvo tempem  $n$** , a proto:

- část úspor v rozsahu  $n \cdot v$  z úspor připadajících na jednoho pracovníka musí být použita pouze na kapitálové investice k vybavení nově přicházejících pracovních sil, a to na **úrovni  $K/N$** , tj. na úrovni vybavenosti kapitálem jako předchozí, dosud zaměstnaní pracovníci;
- část úspor připadajících na jednoho pracovníka v rozsahu  $d \cdot v$  (tj. v rozsahu součinu míry amortizace a kapitálové vybavenosti pracovníka) musí být použita k nahrazení opotřebovaného kapitálu;

Z předchozího plyne, že **část úspor v rozsahu  $n \cdot v + d \cdot v$ , resp.  $(n + d) \cdot v$**  z celkových úspor na jednoho pracovníka musí být použita **pro udržení dané (neměnné) úrovně koeficientu kapitálové intenzity (vybavenosti), tj. udržení dané (neměnné) úrovně  $v = K/N$** . Velikost úspor na pracovníka, která převyšuje tento rozsah je použita **ke zvýšení kapitálové intenzity (vybavenosti)**, tj. **ke zvýšení koeficientu kapitálové intenzity (vybavenosti) všech pracovníků, tj.  $v > 0$** .

Ta část úspor, která je použita na vybavení nově vstupujících pracovníků do pracovních sil se nazývá **úspory rozšiřující kapitál** (capital widening). Ta část úspor, která je použita ke zvýšení koeficientu kapitálové intenzity (vybavenosti) všech pracovníků se nazývá **úspory prohlubující kapitál** (capital deepening) ve smyslu, že tato část úspor vede ke zvýšení kapitálu na pracovníka.

➤ **Stabilní (stálý) stav jako dlouhodobá rovnovážná konstantní míra růstu produktu, kapitálu a pracovních sil**

K charakteristice **stabilního (stálého) stavu** použijeme základní rovnici akumulace kapitálu, resp. základní rovnici adekvátní tvorby kapitálu  $\Delta v = s \cdot q - (n + d) \cdot v$ . S ohledem na tuto rovnici, můžeme upřesnit charakteristiku stabilního (stálého) stavu:

**Stabilní (stálý) stav je situace, kdy kapitálová intenzita** (tj. kapitál na jednoho pracovníka) **dosáhne rovnovážné hodnoty a jeho úroveň zůstává nezměněná, tzn., že kapitál roste stejným tempem jako pracovní síly** (stabilizovanou velikost kapitálové intenzity budeme dále značit  $v^*$ ).

Předpokladem dosažení této situace je, že **úspory na obyvatele se právě rovnají úsporám na rozšíření kapitálu a úsporám použitým k náhradě opotřebovaného kapitálu, tj.  $\Delta v = 0$**  a uvedený vztah bude mít tvar:

$$s \cdot q = (n + d) \cdot v$$

### Komentář

Dosažení stabilního (stálého) stavu znamená:

- průměrná produktivita práce se nemění, tj.  $\Delta q = 0$ ;
- přírůstek koeficientu kapitálové intenzity (vybavenosti)  $\Delta v = 0$ ;
- koeficient intenzity (vybavenosti) dosáhne určité konstantní úrovně ( $v^*$ );
- pokud se nemá měnit koeficient kapitálové intenzity  $v^*$ , **musí** kapitál růst stejným tempem

jako je tempo růstu obyvatelstva, tj. musí platit  $\frac{\Delta K}{K} = k = \frac{\Delta N}{N} = n$  Z rovnice plyne, že

**ve stabilním (stálém) stavu ekonomiky, tj. ve stavu dlouhodobého rovnovážného růstu potenciálního produktu roste zásoba kapitálu stejným tempem, jako je tempo růstu obyvatelstva, tj.  $n$ .**

Obdobně **ve stabilním (stálém) stavu ekonomiky, tj. v situaci dlouhodobého rovnovážného růstu ekonomiky, kdy přírůstek průměrné produktivity práce se rovná nule, tj.  $\Delta q = 0$ , a tedy úroveň průměrné produktivity práce (produkce na jednoho pracovníka) je konstantní, musí růst potenciální produkt stejným tempem - za předpokladu konstantních výnosů z rozsahu - jako je**

**tempo růstu obyvatelstva. Tedy  $\frac{\Delta Y^*}{Y} = \frac{\Delta N}{N}$ , resp.  $y^* = n$**

### K zapamatování!



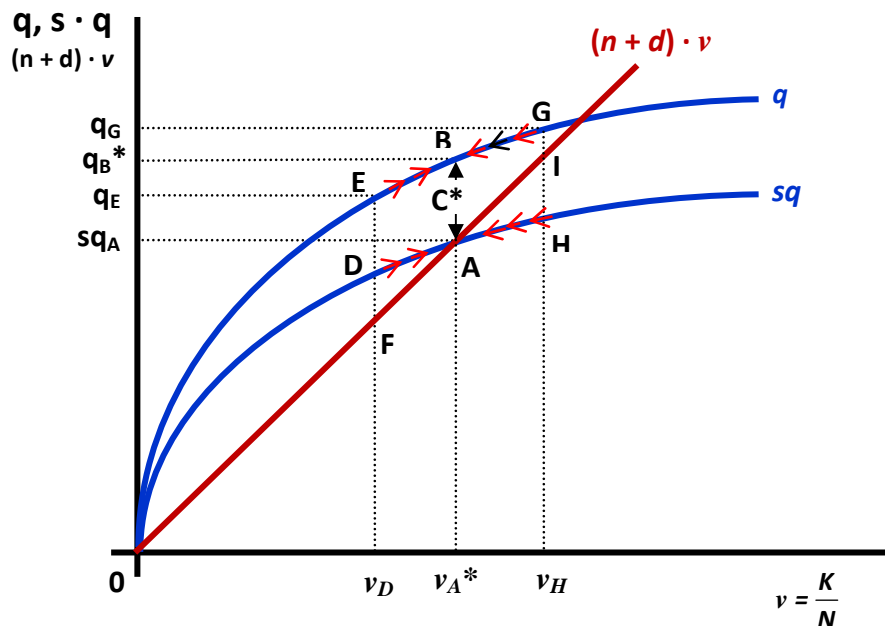
**Ve stabilním (stálém) stavu, tj. v situaci dlouhodobého rovnovážného růstu ekonomiky je tempo růstu kapitálu a tempo růstu potenciálního produktu rovno tempu růstu obyvatelstva danému exogenně (vně modelu).**

**Stabilní (stálý) stav:**

**Tempo růstu kapitálu = Tempo růstu potenciálního produktu = Tempo růstu obyvatelstva**

Obrázek 4

Základní rovnice akumulace kapitálu a stabilní (stálý) stav ekonomiky



Komentář

Křivka  $q$  znázorňuje intenzivní produkční funkci, křivka  $sq$  zobrazuje úspory na jednoho obyvatele, křivka  $(n + d) \cdot v$  zobrazuje tu část úspor, která je určena na rozšíření kapitálu pro nové pracovní síly a pro nahrazení amortizovaného kapitálu.

**Stabilní (stálý) stav** znázorňuje **bod A**, kde křivka  $sq$  protíná křivku  $(n + d) \cdot v$ . V **bodě A** se koeficient kapitálové intenzity rovná  $v_A^*$  a koeficient průměrné produktivity se rovná  $q_B^*$ . Úspory na jednoho obyvatele se rovnají úsporám potřebným pro rozšíření kapitálu, tj. postačují vybavit nově příchozí pracovní síly na stejné úrovni jako dosavadní pracovníky, jakož i nahradit opotřebovaný kapitál, aniž se mění průměrná kapitálová intenzita (vybavenost), tedy aniž se mění úroveň  $v$ . Vzdálenost mezi bodem **A** a **B**, představuje **přebytek průměrné produkce na jednoho pracovníka nad úsporami na jednoho pracovníka**, což za daných předpokladů značí spotřebu na jednoho pracovníka (značíme  $c^*$ ).

V bodě **D** na **křivce**  $sq$ , je koeficient kapitálové intenzity  $v_D$ , **nižší** než  $v_A^*$  **a i průměrná produktivita práce je nižší** než ve stabilním stavu (o vertikální vzdálenost bodu **B** a **E**) a **úspory na jednoho pracovníka jsou vyšší** (v rozsahu úsečky **FD**) než je potřeba akumulace kapitálu (adekvátní tvorby kapitálu). **Koeficient kapitálové intenzity** (vybavenosti) proto **roste** z  $v_D$  k  $v_A^*$ , jakož i **roste průměrná produktivita práce** z  $q_E$  na  $q_B$ . **Rostou i úspory** na jednoho pracovníka, ale klesajícím tempem. **Ekonomika se pohybuje do bodu, kde úspory na jednoho pracovníka se rovnají adekvátní kapitálové tvorbě, tj. ke stabilnímu stavu ekonomiky, kde  $sq = (n + d) \cdot v$ .** V tomto bodě je dosažena **dlouhodobá rovnováha** - tj. **stabilita úrovně koeficientu kapitálové intenzity** - a **všechny agregátní veličiny - produkt, kapitál a pracovní síly rostou stejným tempem, tj. jejich míra růstu se rovná tempu růstu obyvatelstva ( $n$ ).**



V bodě H je křivka úspor na jednoho pracovníka *pod křivkou adekvátní tvorby kapitálu*, tj.  $s_A q < (n + d) \cdot v$ , tj. úspory na obyvatele jsou menší (nedostatečné) než činí adekvátní kapitálová potřeba, tedy koeficient kapitálové intenzity (vybavenosti) je příliš vysoký a rovná se  $v_H$ . Protože jsou *úspory nedostatečné (v rozsahu úsečky HI)*, *nepokrývají potřebu* kapitálové vybavenosti pro nově přichozí pracovní síly, a potřebu nahradit amortizovaný kapitál, *koeficient kapitálové intenzity (vybavenosti) začne klesat z  $v_H$  na  $v_A^*$* , *klesá i průměrná produktivita práce z  $q_G$  na  $q_B$*  (na obrázku ve směru šipek na intenzivní produkční funkci) o *vertikální vzdálenost bodu B a G*, *klesají i úspory na jednoho obyvatele (klesnou o vertikální vzdálenost bodů A a H)*.

### K zapamatování!



Bez ohledu na to, jaká je výchozí úroveň kapitálové intenzity, rostoucí ekonomika konverguje k bodu A, kde je koeficient kapitálové intenzity (vybavenosti) konstantní, tj. k bodu, kde je  $\Delta v = 0$ . To znamená, že:

- ekonomika konverguje ke stabilnímu (stálému) stavu jako stavu dlouhodobého rovnovážného růstu, jež se za daných předpokladů rovná tempu růstu obyvatelstva ( $n$ ).
- ve stabilním (stálém) stavu existuje v ekonomice tempo růstu potenciálního produktu, které je dáno tempem růstu obyvatelstva ( $n$ ), a to bez ohledu na výchozí úroveň produktivity práce: úroveň průměrné produktivity práce na obyvatele (produktu na jednotku pracovního inputu) se tedy ve stabilním (stálém) stavu nemění.

### ➤ Vliv rozdílných měr úspor na průměrnou produktivitu práce a na tempo růstu produktu

Až do vyvinutí Solowova modelu existovala běžná představa, že vyšší míra úspor (tj. vyšší podíl uspořené důchodu) vede ke zvýšení akumulace kapitálu, což generuje dlouhodobě vyšší míru růstu. Prozkoumejme tuto otázku zevrubněji.

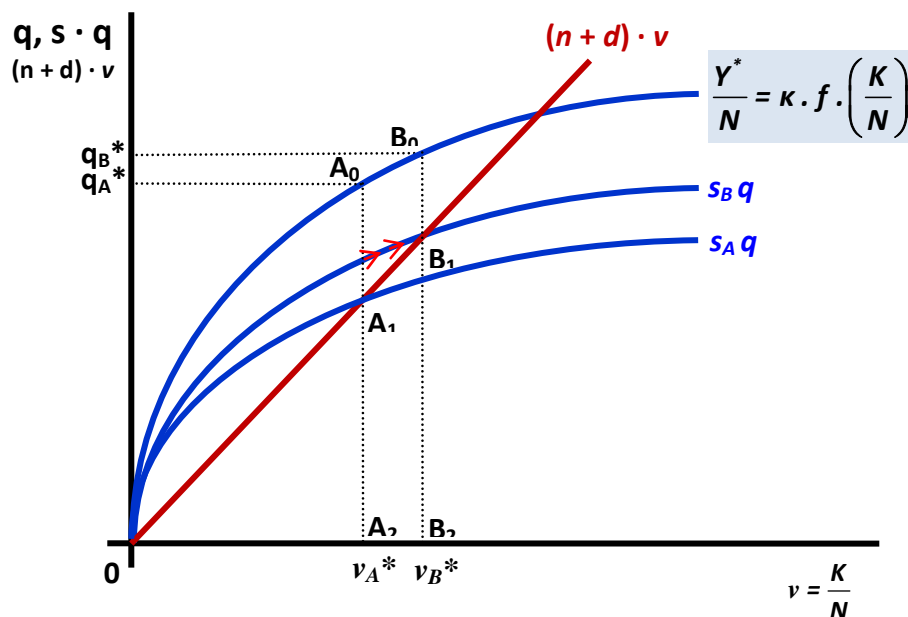
Mějme dvě země, **zemi A** a **zemi B**. Nechtě obě země mají stejné tempo růstu obyvatelstva ( $n$ ), stejnou míru opotřebení kapitálu ( $d$ ), jakož i používají stejnou úroveň technologie ( $\kappa$ ) a mají stejnou intenzivní produkční funkci  $\kappa f(v)$ , resp.  $\kappa f(K/N)$ . **Země A** však má **nižší míru úspor na obyvatele**, tj.  $s_A q$ , zatímco **země B** má **vyšší míru úspor na obyvatele**, tj.  $s_B q$ . Předpokládejme, že obě země jsou ve stabilním (stálém) stavu dlouhodobého rovnovážného růstu. Situaci znázorníme na obr. 5.

Z obrázku je patrné, že **ve stabilním (stálém) stavu je průměrná produktivita práce na obyvatele vyšší v zemi B než průměrná produktivita práce v zemi A**, a to proto, že **v zemi B je vyšší podíl úspor na produktu než v zemi A o vertikální vzdálenost bodů  $A_0$  a  $B_0$** . Tedy:  $q_B^* > q_A^*$ .

Současně **v zemi B je vyšší koeficient kapitálové intenzity (vybavenosti)  $v_B^*$**  (jeho velikost je znázorněna **horizontální vzdáleností bodu  $B_2$  od počátku 0**) než **v zemi A**, kde je jeho velikost  $v_A^*$  (jeho velikost je dána **horizontální vzdáleností od počátku souřadnic k bodu  $A_2$** ). Tedy:  $v_B^* > v_A^*$ .

V ekonomice země B je ve stálém stavu věnován **menší podíl produktu na spotřebu**, takže spotřební životní standard není vyšší o plnou velikost rozdílu průměrných produktivít práce v obou zemích: je tomu tak proto, že **ekonomika B s vyšší mírou úspor musí věnovat vyšší podíl jejího důchodu na akumulaci kapitálu**, aby udržela vyšší úroveň kapitálové intenzity nezměněnou (konstantní) a musí **nahrazovat větší část amortizované zásoby kapitálu** než ekonomika země s nižší mírou úspor, jejíž koeficient kapitálové intenzity je nižší.

**Obrázek 5**  
**Důsledky zvýšení míry úspor na stabilní (stálý) růst**



Z analýzy Solowova modelu plyne závažný a překvapivý závěr:

- **rozdíl ve sklonu k úsporám** mezi zeměmi vyúsťuje do **rozdílu úrovně průměrných produktivít práce** a tedy i **životního standardu**. Avšak obě ekonomiky (A i B) mají v situaci stabilního (stálého) růstu **stejně tempo růstu potenciálního produktu proto, že mají stejné míry růstu obyvatelstva**;
- **jakmile ekonomika dosáhne cesty stabilního (stálého) rovnovážného růstu, mají ekonomiky stejné tempo růstu potenciálního produktu bez ohledu na výši jejich sklonu k úsporám a akumulaci kapitálu**. Země, která **má vyšší sklon k úsporám má vyšší životní standard**, ale nikoliv o tolik vyšší, kolik činí rozdíl v úsporách mezi ekonomikou s nízkým sklonem k úsporám a vysokým sklonem k úsporám.

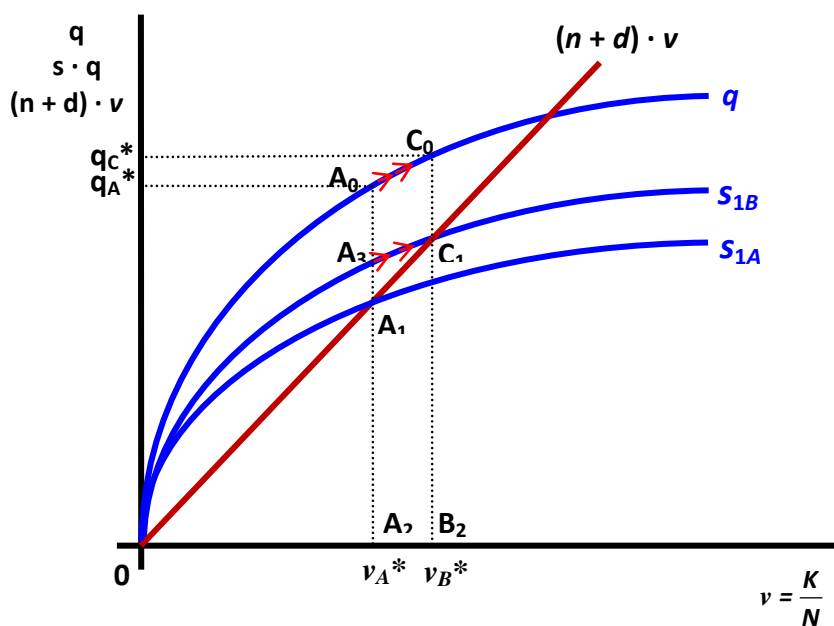
Proč mají úspory a akumulace kapitálu omezené důsledky? Je tomu tak proto, že **v intenzivní produkční funkci předpokládáme klesající výnosy z kapitálu**, neboť každá dodatečná jednotka kapitálu na pracovníka má za následek stále nižší přírůstek průměrné produktivity práce. **Klesající výnosy z kapitálu se však odrážejí v tvaru intenzivní produkční funkce**, která je nejdříve nad funkcí úspor i nad přímkou adekvátní tvorby kapitálu a poté tuto přímkou adekvátní kapitálové tvorby protíná.

➤ **Důsledky zvýšení míry úspor na stabilní (stálý) růst**

Předpokládejme nyní, že **země A** má ve výchozím (stálém) stavu míru úspor na obyvatele  $s_{0A}q$ , koeficient kapitálové intenzity (vybavenosti)  $v_A^*$ , tempo růstu obyvatelstva  $n$ , míru opotřebení kapitálu  $d$ , intenzivní produkční funkci  $\kappa f_A(v_A)$ , (používá neměnnou úroveň technologie) a výchozí průměrnou produktivitu  $q_A^*$ . Nechť se **v zemi A** změní **spotřební chování** tak, že se **zvýší sklon k úsporám na  $s_0$  na  $s_1$**  a tedy křivka míry úspor na obyvatele  $s_{1A}q$  je **posunuta nahoru proti výchozí křivce  $s_{0A}q$** . Jaké jsou důsledky tohoto zvýšení sklonu k úsporám?

**Obrázek 6**

**Důsledky zvýšení míry úspor na stabilní (stálý) růst**



**Komentář**

Situace je znázorněna na obr. 6, ze kterého je patrné, že **bezprostředně po zvýšení míry úspor se ekonomika přesune z výchozího stabilního stavu, tj. z bodu  $A_1$  k bodu  $A_3$  na nové vyšší křivce úspor  $s_{1A}q$ , která je oproti staré křivce úspor  $s_{0A}q$  posunuta nahoru**. Protože objem úspor na obyvatele nyní převyšuje úspory potřebné k vybavení rostoucího obyvatelstva kapitálem, jakož i úspory potřebné k nahrazení opotřebovaného kapitálu, **postupně roste koeficient kapitálové intenzity z  $v_A^*$  k  $v_B^*$**  (dochází k **prohlubování kapitálu**). Růst koeficientu kapitálové intenzity na obrázku znázorňují šipky jdoucí od původní úrovně kapitálové intenzity  $v_A^*$  k  $v_B^*$ .

Spolu s růstem koeficientu kapitálové intenzity **dočasně** roste i **průměrná produktivita práce** na intenzivní produkční funkci **z bodu  $A_0$  k bodu  $C_0$** , tj. z **nižší úrovně  $q_A^*$  k vyšší úrovni  $q_C^*$** . **Rostou i úspory**, a to **z bodu  $A_3$  na nové křivce úspor na obyvatele až do nového stabilního stavu, tj. bodu  $C_1$** .

Během tohoto období míra růstu produktu **dočasně** převyšuje míru růstu pracovních sil ( $n$ ), **takže roste i průměrná úroveň produktivity práce**. V tomto období **dočasně** roste spotřeba a životní standard. Jakmile ekonomika dosáhne **nového stabilního (stálého) stavu růstu  $C_1$ , úroveň průměrné produktivity práce se nemění (činí  $q_C$ ), ale je trvale vyšší než tomu bylo ve výchozí úrovni stabilního (stálého) stavu ( $q_A$ ) při nižší míře úspor**.

### K zapamatování!



#### Zvýšení míry národních úspor:

a) **dočasně** zvýší míru růstu potenciálního produktu nad tempo růstu obyvatelstva ( $n$ ) a dlouhodobě **trvale** zvýší úroveň průměrné produktivity práce (a tedy i životního standardu), jakož i zvýší koeficient kapitálové intenzity (vybavenosti);

b) v **novém stabilním (stálém) stavu se však opět - při vyšší míře úspor - míra růstu potenciálního produktu rovná míře růstu pracovních sil ( $n$ ): tempo růstu průměrné produktivity práce se v novém stabilním stavu nemění** (je nula procent).

## b) Optimální růst a zlaté pravidlo akumulace kapitálu

Za výchozí vztah odvození základní rovnice akumulace kapitálu, jako předpokladu ekonomického růstu jsme stanovili rovnost **investic a úspor**. Problém úspor je ale jednou ze stran spotřebního chování domácností, neboť pokud se zvýší míra úspor, tak se sníží míra spotřeby. Vzniká tak problém volby: je lépe více spořit v přítomnosti nebo maximalizovat přítomnou spotřebu obyvatelstva bez ohledu na budoucí růst? Odpověď na tuto otázku poskytuje **koncept optimálního růstu potenciálního produktu** což je tempo růstu, které vyrovnává (ekvalizuje) **oběti** podstoupené obyvatelstvem tím, že na jedné straně v přítomném období více spoří a vznikají tak náklady akumulace kapitálu, a **přínosy (užitek)** v podobě zvýšení spotřebního životního standardu v budoucnosti na straně druhé.

Míra úspor a míra spotřeby je v tržní ekonomice **výsledkem volby a preferencí spotřebitelů**. Jednotlivci (domácnosti) provádějí vlastní individuální substituci (tradeoff) mezi spotřebou dnes a budoucí spotřebou tím, že si buď vypůjčují, když si chtějí zvýšit jejich spotřebu v přítomnosti nebo zvyšují úspory tím, že nakupují akcie nebo obligace, ukládají úspory na úsporových účtech či investují do jiných forem aktiv: při tomto rozhodování, tj. substituci mezi přítomnou spotřebou a budoucí spotřebou musí vzít v úvahu **dlouhodobou reálnou úrokovou sazbu**, kterou musí platit jako vypůjčovatelé (chtějí-li v přítomnosti spotřebovat více) nebo kterou vydělávají (dostávají) jako investoři (tím, že úspory alokují do různých forem aktiv - akcií, obligací, úsporových účtů aj.).

Obdobně se rozhodují podnikatelé při volbě jejich míry akumulace kapitálu: **porovnávají míru zisku, kterou přinesou nové kapitálové investice s dlouhodobou reálnou úrokovou sazbou**. Toto rozhodování potom určuje, jaký objem investic budou podnikatelé realizovat, jakož i velikost kapitálu, který si budou přát držet.

Určeme nyní subtilněji optimalizaci vztahu mezi mírou spotřeby a mírou úspor (akumulace kapitálu) na makroekonomické úrovni. **Stabilní (stálý) stav s nejvyšší spotřebou na obyvatele se nazývá zlatým pravidlem úrovně akumulace kapitálu, resp. zlatým pravidlem úrovně kapitálu.** Otázkou je, kdy se ekonomika nachází v podmínkách zlatého pravidla úrovně kapitálu? Odpověď na tuto otázku vyžaduje určit stabilní (stálý) stav spotřeby na jednoho obyvatele ( $c^*$ ).

➤ **Určení stabilního (stálého) stavu spotřeby na obyvatele**

Řešení tohoto problému začneme tak, že od průměrné produktivity práce na jednoho obyvatele ve stabilním stavu, tj. od  $q^*$  odečteme úspory na jednoho obyvatele, tj.  $s \cdot q$ . Tedy  $c^* = q^* - s \cdot q$ .

**Spotřeba na jednoho obyvatele je ve stabilním stavu rozdíl úrovně průměrné produktivity práce na obyvatele a úspor na jednoho obyvatele. Úspory na jednoho obyvatele ve stabilním stavu jsou však hrubé investice** (tj. čisté investice + obnovovací investice) na jednoho pracovníka, resp. na jednotku práce (značíme  $i$ ). Rovnici  $c^* = q^* - s \cdot q$  můžeme proto zapsat takto:  $c^* = q^* - i$

Ve stabilním (stálém) stavu roste zásoba kapitálu stejným tempem, jako rostou pracovní síly, tj.  $n$ , a proto jsou **investice rovny**  $(n + d) \cdot v$ . Pro **stabilní stav spotřeby na obyvatele** lze tedy psát:

$$c^* = q^* - (n + d) \cdot v$$

**K zapamatování!**



**Stálý stav spotřeby na hlavu obyvatele je rozdíl mezi průměrnou produktivitou práce na hlavu a velikostí kapitálu určeného na rozšíření kapitálu, tj. vybavení dodatečných pracovních sil kapitálem na dosavadní úrovni kapitálové vybavenosti ( $n \cdot v$ ) a nahrazení opotřebovaného kapitálu ( $d \cdot v$ ).**

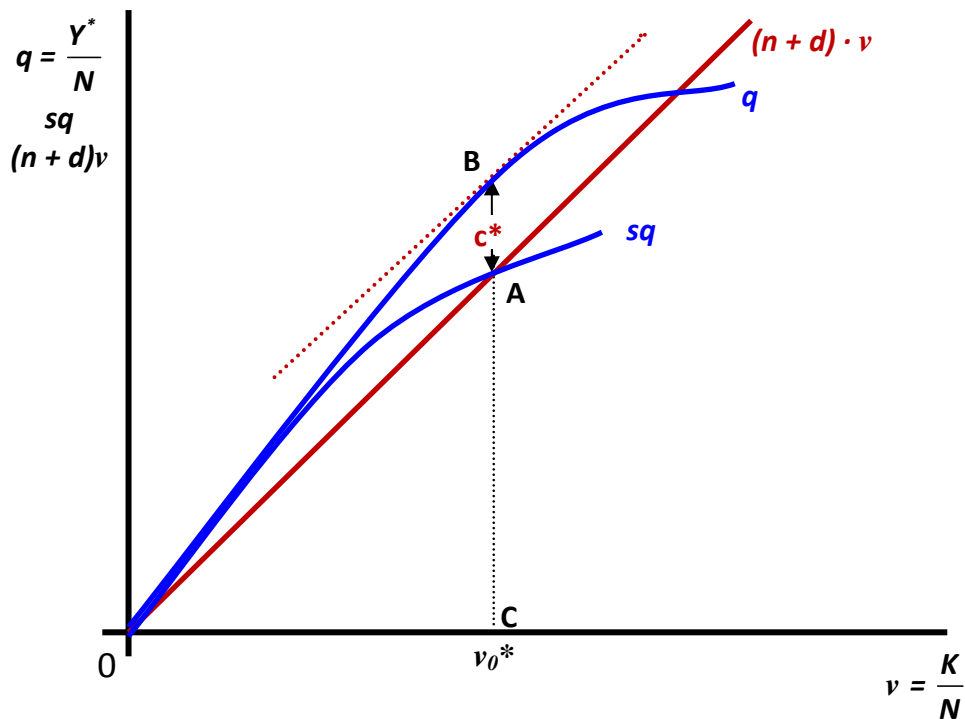
Na obrázku 7 je graficky znázorněný stabilní (stálý) stav spotřeby a tedy zlaté pravidlo úrovně kapitálu, které jsme analyticky a formálně vyvodili. Na vertikální ose se měří průměrná produktivita práce na jednoho pracovníka ( $q$ ), podíl úspor v důchodu připadajícího na obyvatele a adekvátní kapitálovou tvorbu  $(n + d) \cdot v$ . Na horizontální ose měříme kapitálovou intenzitu (vybavenost), tj.  $v = K/N$ .

**Komentář**

Z obrázku 7 je patrné, že **stabilní (stálý) stav**, který **maximalizuje spotřebu na jednoho obyvatele je v bodě B** na intenzivní produkční funkci, **kde je sklon intenzivní produkční funkce stejný jako sklon křivky (přímky) adekvátní kapitálové tvorby, tj.  $n + d$ .** **Maximalizace spotřeby na obyvatele je zobrazena vertikální vzdáleností bodu A a B**, tj. úsek  $c^*$ . Vzdálenost bodů A a C, značí **úspory na jednoho obyvatele ve stabilním stavu, tedy investice na jednoho obyvatele ( $i$ )**

Obrázek 7

Stabilní (stálý) stav spotřeby, resp. zlaté pravidlo úrovně kapitálu(i úroveň kapitálové intenzity  $v_0^*$ )



### K zapamatování!



Ve stabilním (stálém) stavu spotřeby, kdy je **maximalizována spotřeba na obyvatele, se marginální produkt kapitálu (MPK) rovná součtu tempa růstu pracovních sil ( $n$ ) a míry opotřebení kapitálu ( $d$ ):**

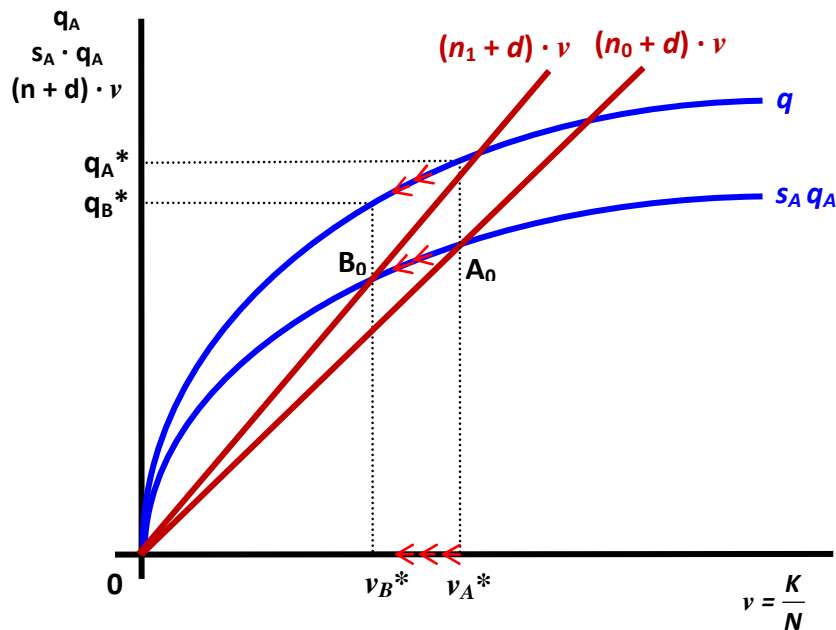
$$MPK = n + d, \text{ nebo, což je jen reformulace téhož } MPK - d = n.$$

Z poslední rovnice plyne, že **marginální produkt kapitálu (MPK) minus, míra opotřebení ( $d$ ) se musí ve stabilním (stálém) stavu rovnat míře růstu obyvatelstva.**

### ➤ Důsledky zvýšení míry růstu obyvatelstva

Prozkoumejme nyní **důsledky růstu míry obyvatelstva** v Solowově modelu. Předpokládejme, že **v zemi A** je intenzivní produkční funkce  $f_A(v^*)$ , výchozí (původní) míra růstu obyvatelstva je  $n_0$ , míra opotřebení kapitálu činí  $d$ , úroveň kapitálové intenzity (vybavenosti) ve výchozím (původním) stabilním (stálém) stavu činí  $v_{0A}^*$ , používaná úroveň technologické metody **se nemění** (je stále  $\kappa_0$ ), úspory na obyvatele činí ve výchozím období  $s_A q_A$ . Necht' **dojde v zemi A za daných předpokladů k růstu obyvatelstva, tj. míra růstu obyvatelstva se zvýší z  $n_0$  na  $n_1$ , tj.  $n_0 < n_1$** . Situaci znázorňuje obr. 8.

**Obrázek 8**  
**Důsledky zvýšení míry růstu obyvatelstva**



**Komentář**

Původní přímka adekvátní tvorby kapitálu (kapitálových investic) měla sklon  $(n_0 + d) \cdot v$ . V důsledku **zvýšení míry růstu obyvatelstva v zemi A z  $n_0$  na  $n_1$**  je **sklon nové křivky** (adekvátní tvorby kapitálu  $(n_1 + d) \cdot v$ ) **vyšší**, tj. nová křivka je strmější.

Důsledky tohoto růstu obyvatelstva z výchozího stabilního (stálého) stavu do nového stabilního (stálého) stavu daného vyšším tempem růstu obyvatelstva  $n_1$ :

- **průměrná produktivita práce na obyvatele se snížila na  $q_B^*$** ;
- **klesla kapitálová vybavenost z  $v_A^*$  na  $v_B^*$** .

Z analýzy tedy plyne závěr, že **vyšší tempo růstu obyvatelstva - za daných předpokladů - vyústí do poklesu průměrné produktivity práce.**

Z obrázku je patrné, že **zvýšené tempo růstu obyvatelstva vyžaduje (a) nový kapitál** (úspory na rozšíření kapitálu) a **tedy (b) vyšší úspory na vybavení nově přichozích pracovníků, (c) úspory na krytí obnovovacích investic v souvislosti s nutností nahrazovat opotřeбенí kapitálu.**

Zvýšení míry růstu obyvatelstva tedy vede k tomu, že **nový stabilní stav je v bodě  $B_0$** , což znamená **pokles kapitálové intenzity z  $v_A^*$  na  $v_B^*$  a pokles průměrné produktivity práce z  $q_A^*$  na  $q_B^*$** . Důsledky míry růstu obyvatelstva na míru spotřeby na jednoho obyvatele při zvýšení míry růstu pracovních sil z  $n_0$  na  $n_1$  si jistě již každý vyvodí sám.



➤ **Neoklasický model růstu a rozdělování produktu na obyvatele na mzdu a zisk**

Po rozboru různých aspektů Solowova modelu nyní ukážeme, jaké implikace má neoklasický model růstu, resp. neoklasická produkční funkce ve stabilním (stálém) stavu pro *rozdělování produktu na jednotku pracovního inputu (dále jen krátce na obyvatele) na průměrnou reálnou mzdu na obyvatele a zisk na obyvatele, resp. pro určení podílu mezd a zisku v produktu na obyvatele.*

Předpokládejme nyní standardní neoklasickou produkční funkci, která neobsahuje technologický pokrok, jakož i evokujme si standardní neoklasické předpoklady analýzy. Neoklasická produkční funkce zakotvující konstantní výnosy z rozsahu může být zřejmě zapsána takto:  $Y^* = f(K, N)$

Vynásobíme-li kapitál ( $K$ ) počtem obyvatelstva ( $N$ ) a dělíme-li současně  $K$  počtem obyvatelstva ( $N$ ),

lze funkci (přepsat do formy:  $Y^* = Nf\left(\frac{K}{N}\right)^*$

V podmínkách dokonalé konkurence:

- **je míra zisku** (značíme  $\chi$ ), tj. poměr zisku ( $R$ ) ke kapitálu ( $K$ ), tedy **výnosová míra kapitálu** (za předpokladu konstantních výnosů z rozsahu), **rovna marginálnímu produktu kapitálu, tj. MPK.**

Míru zisku ( $\chi$ ) určíme jako parciální derivaci funkce  $Y^* = f(K, N)$  podle kapitálu:

$$\chi = MPK = \frac{\delta Y^*}{\delta K} = Nf'\left(\frac{K}{N}\right)^* \cdot \frac{1}{N} \rightarrow \chi = f'(v^*)$$

Z rovnice  $\chi = f'(v^*)$  plyne, že míra zisku ( $\chi$ ) je dána sklonem produkční funkce  $Y^* = Nf\left(\frac{K}{N}\right)^*$

- **je reálná mzdová sazba, resp. průměrná reálná mzda rovna marginálnímu produktu práce, tj. MPN.**

Průměrnou reálnou mzdu ( $W/N$ ) určíme parciální derivací produkční funkce  $Y^* = Nf\left(\frac{K}{N}\right)^*$

podle práce:

$$\frac{W}{N} = MPN = \frac{\delta Y^*}{\delta N} = Nf'\left(\frac{K}{N}\right)^* \cdot \left(\frac{K}{N^2}\right) + f\left(\frac{K}{N}\right)^* \rightarrow \frac{W}{N} = f(v^*) - v^* f'(v^*)$$

Přepišme nyní rovnici  $\frac{W}{N} = f(v^*) - v^* f'(v^*)$  do ekonomicky snadno interpretovatelné podoby:

$$\frac{W}{N} = \frac{Y^*}{N} - \left(\frac{K}{N}\right) \cdot \frac{R}{K} \quad \text{A tedy} \quad \frac{W}{N} = \frac{Y^*}{N} - \frac{R}{N}$$

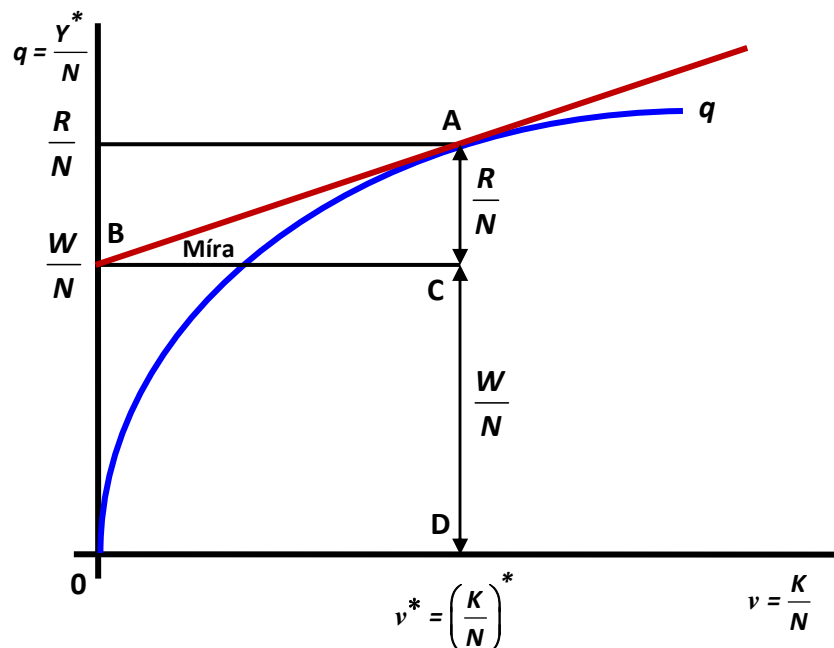


Z rovnic zřetelně plyne, že **reálná mzda na jednoho obyvatele se musí - za daných předpokladů - rovnat produktu na jednoho obyvatele (průměrné produktivitě práce na obyvatele, tj.  $q$ ) minus podíl zisku na obyvatele ( $R/N$ ).**

Rovnici  $\frac{W}{N} = \frac{Y^*}{N} - \frac{R}{N}$  lze přepsat do tvaru  $\frac{W}{N} + \frac{R}{N} = \frac{Y^*}{N}$ , ze kterého plyne, že **součet podílu mezd v produktu na obyvatele ( $W/N$ ) a podílu zisku v produktu na obyvatele ( $R/N$ ) se musí rovnat produktu na obyvatele, tj. průměrné produktivitě práce  $q = Y^*/N$ .**

**Obrázek 9**

**Rozdělování produktu na obyvatele v situaci stabilního (stálého) stavu**



**Komentář**

Ve stabilním (stálém) stavu se **kapitálová intenzita rovná  $v^* = (K/N)^*$**  a produkce na obyvatele, resp. **průměrná produktivita práce  $q^* = Y^*/N$ . Zisk na obyvatele se rovná  $R/N$ .**

Poměr zisku na obyvatele ( $R/N$ ) ke kapitálové vybavenosti  $v^* = (K/N)^*$  se **rovná sklonu produkční funkce v bodě A, tj. marginálnímu produktu kapitálu, který se za předpokladu dokonalé konkurence a konstantních výnosů z rozsahu rovná míře zisku.**

**Sklon produkční funkce v bodě A tedy značí míru zisku** [viz rovnici  $\chi = f'(v^*)$ ].

Z obrázku je patrné, že **rozdíl mezi produktem na obyvatele (tj.  $Y^*/N$ ) a ziskem na obyvatele (tj.  $R/N$ ) se rovná reálné mzdové sazbě (průměrné reálné mzdě), tj.  $W/N$ .**

## K zapamatování!



Z neoklasického modelu růstu, resp. z neoklasické produkční funkce plyne, že **jakmile ekonomika dosáhne stabilního (stálého) stavu, tj. koeficient kapitálové intenzity je  $v^*$  a průměrná produktivita práce na obyvatele (produkt na obyvatele) dosáhne úrovně  $q^*$ , rozdělení produktu na obyvatele na mzdy na obyvatele a zisk na obyvatele je konstantní.**

Implikací neoklasického modelu je tedy **konstantní podíl zisku a mezd v produktu na obyvatele.**

### c) dlouhodobý ekonomický růst s technologickým pokrokem

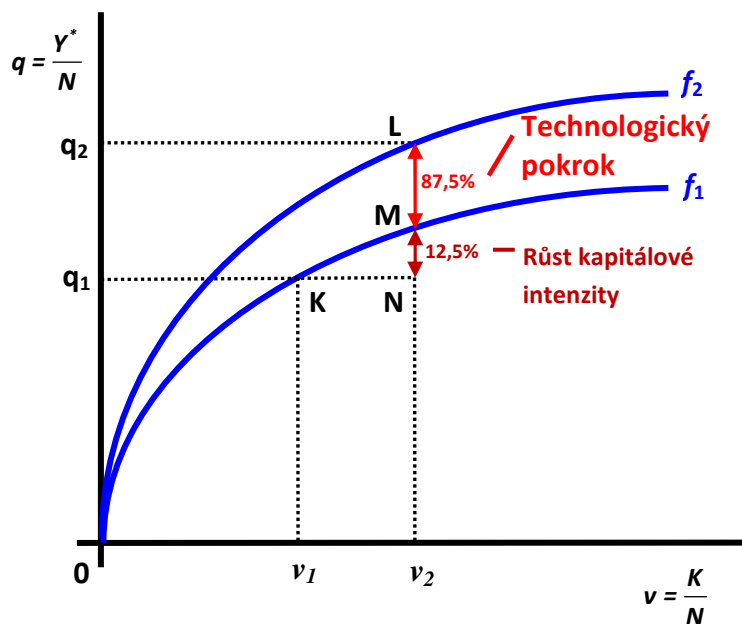
Nyní opustíme předpoklad neměnné úrovně používané technologie a budeme se zabývat zvyšováním (změnou) úrovně používané technologie, resp. **zaváděním technologického pokroku jako hlavního zdroje ekonomického růstu**. Východiskem i nadále zůstává model M. R. Solowa, který pracuje především s **technologickým pokrokem rozšiřujícím práci**.

#### ➤ Příspěvek technologického pokroku k růstu průměrné produktivity práce

Prof. R. M. Solow při analýze dlouhodobého ekonomického růstu v USA v letech 1909 - 1949 vyvinul odpověď na otázku, jaký podíl na zvýšení průměrné produktivity práce má zvýšení koeficientu kapitálové intenzity (vybavenosti) a jaký podíl na zvýšení průměrné produktivity práce má technologický pokrok (zvýšení úrovně používané technologie). Výsledky Solowovy analýzy růstu uvedeme na obr. 7.10.

#### Obrázek 10

#### Příspěvek technologického pokroku k růstu průměrné produktivity práce



## Komentář

Podle výpočtu prof. R. M. Solowa má podstatný podíl na zvýšení průměrné produktivity práce **technologický pokrok** (zvýšení úrovně používané technologie), tj. **posun produkční funkce nahoru**. **Podíl technologického pokroku na růstu produktivity práce** (produktu práce na 1 hodinu práce) činí podle prof. R. M. Solowa **87,5 %**. **Podíl zvýšení kapitálové intenzity na růstu průměrné produktivity práce** (při stejné výchozí úrovni technologie a tedy na stejné intenzivní produkční funkci  $f_1$ ) činí jen **12,5 %**.

### K zapamatování!



Z analýzy dlouhodobého ekonomického růstu prof. R. M. Solowa plyne důležitý závěr: **technologický pokrok (technologické změny) jsou rozhodujícím faktorem růstu průměrné produktivity práce a tedy i rozhodujícím faktorem růstu životního standardu, zatímco akumulace kapitálu hraje v procesu růstu průměrné produktivity práce úlohu méně významnou.**

Prof. R. M. Solow použil dvě metody, resp. dva přístupy, jimiž zahrnul technologický pokrok do modelu růstu:

(a) předpokládal, že **technologický pokrok činí každého pracovníka, resp. hodinu práce efektivnější** a vstupuje do modelu v podobě **technologického pokroku rozšiřujícího práci** (labour augmenting technological change);

(b) předpokládal, že **technologický pokrok činí efektivnější oba výrobní faktory**, jak práci, tak i kapitál. Tento **neutrální typ technologického pokroku**, který byl v analýze uplatněn, znamená, že **autonomní faktor růstu ( $\kappa$ ) v intenzivní produkční funkci roste.**

### **ad (a) Solowův model dlouhodobého růstu s technologickým pokrokem rozšiřujícím práci**

Technologický pokrok je zahrnut v tomto přístupu do modelu tak, že se předpokládá, že **technologický pokrok rozšiřuje práci** v tom smyslu, že **množství pracovního inputu poskytovaného pracovníky má tendenci se v čase zvyšovat** v důsledku růstu vědomostí a znalostí pracovníků, lepšího vzdělání, kvalifikace, zkušeností, odborného zaškolení aj. S ohledem na toto můžeme přepsat agregátní produkční funkci zapsat takto:  $Y^* = f(K, N \cdot \kappa)$

Množství **skutečného pracovního inputu ( $N$ ) se přímo násobí parametrem**, který vyjadřuje změny úrovně používané technologie (technologického pokroku) tj.  $\kappa$ . Celkové množství práce se často nazývá **efektivní pracovní input** (značíme  $N_e$ ), resp. také **efektivní práce, resp. práce měřená v jednotkách efektivní práce.**

**Pro efektivní pracovní input ( $N_e$ ) můžeme tedy psát:  $N_e = N \cdot \kappa$**

Je zřejmé, že zvyšování úrovně používané technologie (zavádění technologického pokroku) způsobuje, že každá hodina práce s novou lepší technologií je ekvivalentní více hodin práce se starou (nižší) technologií: použití nové technologie pak zpravidla vyžaduje vyšší úroveň vzdělání, kvalifikace, vědomostí aj. Jednotka rozšířené práce je tak ekvivalentní více než jedné jednotce práce skutečné. Tato forma technologického pokroku se tedy nazývá **technologický pokrok rozšiřující práci**.

Za předpokladu konstantních výnosů z rozsahu můžeme již zavedenou intenzivní produkční funkci, do

níž zahrneme technologický pokrok rozšiřující práci, zapsat takto:  $\frac{Y^*}{N_e} = f\left(\frac{K}{N_e}\right)$ . Z toho výrazu

plyne, že **objem produkce připadající na rozšířenou práci** (hodinu, pracovníka) **závisí** na poměru kapitálu k rozšířené práci, tj. **na kapitálové intenzitě** (vybavenosti) rozšířené práce (značíme  $v_e$ ).

Předpokládejme nyní, že technologické změny rozšiřující práci rostou konstantní mírou (tempem).

Potom lze psát:  $\frac{\Delta \kappa}{\kappa} = \psi$  Za předpokladu, že technologický pokrok roste konstantní mírou

(tempem) a roste-li skutečné množství pracovních sil (práce) **tempem  $n$** , potom efektivní pracovní input, resp. **efektivní práce roste ze dvou důvodů**:

- z důvodu **růstu obyvatelstva tempem ( $n$ )**;
- z důvodu **růstu technologického pokroku rozšiřujícího práci ( $\psi$ )**.

Míra růstu efektivního pracovního inputu (efektivní práce) je tak dána takto:

$$\frac{\Delta N_{e(t)}}{N_{e(t-1)}} = n_e = n + \psi, \text{ resp. } n_e - n = \psi$$

**Z rovnice plyne, že tempo růstu efektivního pracovního inputu, resp. tempo růstu efektivní práce je součtem tempa růstu pracovních sil ( $n$ ) a míry růstu technologického pokroku, tj.  $\psi$ .**

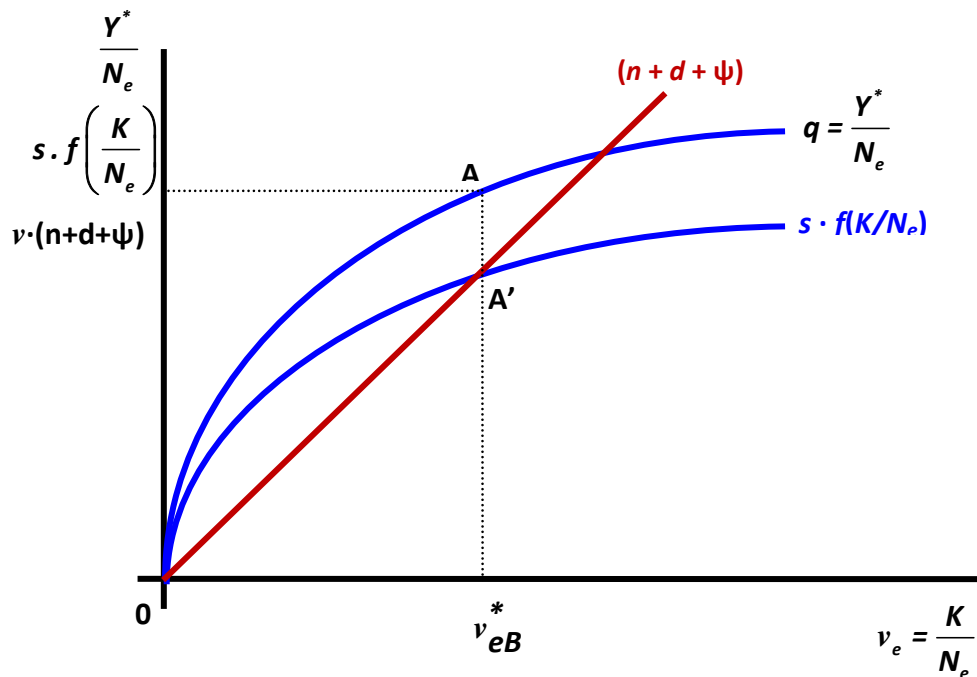
### Komentář

Intenzivní produkční funkce na obr. 11 zobrazuje změnu produkce na efektivní práci pracovníka v reakci na změnu velikosti kapitálu na rozšířenou práci. **Křivka  $sf(K/N_e)$ , resp.  $s \cdot (Y^*/N_e)$  zobrazuje podíl úspor připadajících na jednotku rozšířené práce**. Sklon křivky adekvátní kapitálové tvorby je dán **součtem tempa růstu pracovních sil ( $n$ ), míry růstu opotřebení ( $d$ ) a míry růstu technologického pokroku rozšiřujícího práci ( $\psi$ )**, tj.  $(n + d + \psi)$ .

Na obr. 11 je ekonomika ve stabilním (stálém) stavu a tedy v situaci dlouhodobého rovnovážného růstu v **bodě A'**. **Ve stabilním (stálém) stavu zůstává poměr kapitálu na rozšířenou práci, tj. kapitálová intenzita (vybavenost) rozšířené práce konstantní, a to na úrovni  $v_{eB}^* = (K/N_e)^*_B$ . V bodě A na intenzivní produkční funkci je poměr produkce k rozšířené práci konstantní.**

**V ekonomice, v níž se zavádí technologický pokrok rozšiřující práci, lze ve stabilním (stálém) stavu dlouhodobého rovnovážného růstu dosáhnout vyšší míry růstu a úrovně produkce na obyvatele a tedy i vyššího životního standardu.**

**Obrázek 11**  
**Technologický pokrok rozšiřující práci**



Stručné shrnutí efektů technologického pokroku:

- Dlouhodobá rovnovážná míra růstu potenciálního produktu ve stabilním (stálém) stavu se rovná součtu tempa růstu technologického pokroku rozšiřujícího práci ( $\psi$ ) plus tempa růstu obyvatelstva ( $n$ ).
- Ve stabilním (stálém) stavu jsou produkce na efektivní práci, resp. pracovníka ( $Y^*/N_e$ ) a kapitál na efektivní práci, resp. pracovníka  $v_e = K/N_e$  **nezměněny**, tj. jejich tempo růstu se rovná 0 %.
- Kapitál na skutečnou práci, resp. kapitálová intenzita (vybavenost) **skutečné práce**  $v = K/N$  roste tempem růstu ( $\psi$ ), tj. tempem růstu technologické změny.

**K zapamatování!**



*Ve stabilním (stálém) stavu roste produkce na obyvatele, resp. průměrná produktivita práce tempem, které se rovná tempu (míře) růstu technologického pokroku ( $\psi$ ). Technologický pokrok je příčinou toho, že produkce na obyvatele stále roste. Solowův model tak ukazuje, že jen technologický pokrok je zdrojem neustále rostoucího životního standardu.*

## ❖ Technologický pokrok a podmínky zlatého pravidla úrovně kapitálu

Zavedení technologického pokroku modifikuje podmínky zlatého pravidla úrovně kapitálu, resp. zlatého pravidla akumulace kapitálu. Podmínka maximalizace spotřeby na obyvatele je ve stabilním stavu za předpokladu zavedení technologického pokroku rozšiřujícího práci dosažena, jestliže platí:

$$MPK = n + d + \psi \quad \text{nebo, což je totéž} \quad MPK - d = n + \psi$$

Z rovnic plyne, že **maximalizace spotřeby na jednotku rozšířené práce, a tedy podmínky zlatého pravidla úrovně akumulace kapitálu je dosaženo tehdy, jestliže se čistý marginální produkt kapitálu (tj.  $MPK - d$ ) rovná míře růstu celkové produkce, tj.  $n + \psi$ .**

## ❖ Technologický pokrok a rozdělování produktu na obyvatele na mzdy a zisk

Položme si nyní otázku: jak je to s rozdělováním produktu na obyvatele na mzdy a zisk za předpokladu, že zavedeme do analýzy technologický pokrok rozšiřující práci?

Za předpokladu technologického pokroku rozšiřujícího práci jsou ve stabilním (stálém) stavu dlouhodobého ekonomického růstu **úroveň produktu na rozšířenou práci a úroveň kapitálové vybavenosti rozšířené práce neměnné. Přesto dochází k růstu reálné mzdy na jednotku skutečné práce, resp. reálné mzdy rostou tempem, které se rovná tempu růstu technologického pokroku ( $\psi$ ), resp. tempu růstu průměrné produktivity práce.** Následující závěr, a to že **podíl výrobních faktorů je - za dříve uvedených předpokladů této analýzy - v produktu na obyvatele nezměněn**, se pokuste zdůvodnit sami.

### **ad (b) Neutrální technologický pokrok a model ekonomického růstu**

Druhý přístup zahrnutí technologického pokroku do modelu vychází z toho, že **technologický pokrok činí efektivnější oba výrobní faktory**, jak práci, tak i kapitál: **jde o neutrální technologický pokrok, při němž nedochází ke změně marginální míry technologické substituce.**

Analýzu tohoto problému jsme již zahájili odvozením základní rovnice růstového účetnictví, tj. rovnice:  **$y^* = \psi + w \cdot k + (1 - w) \cdot n$ .**

Uvedli jsme, že koeficient  $\psi$  prakticky zjišťujeme tak, že v základní rovnici růstového účetnictví odečteme od tempa růstu potenciálního produktu ( $y^*$ ) příspěvek kapitálu a příspěvek práce. Když jsme toto provedli, dostali jsme:  **$\psi = y^* - w \cdot k - (1 - w) \cdot n$**

**Člen  $\psi$  se nazývá reziduálním členem** nebo také Solowovým reziduem: **měří tempo růstu souhrnné (integrální) produktivity, resp. multifaktorové produktivity (tedy tempo růstu rezidua).**

V dalším pohlédneme poněkud subtilněji na problém tempa růstu tohoto rezidua, v němž se promítá neutrální technologický pokrok, jež vede k posunu produkční funkce nahoru.

Vyděme z intenzivní produkční funkce obsažené v rovnici

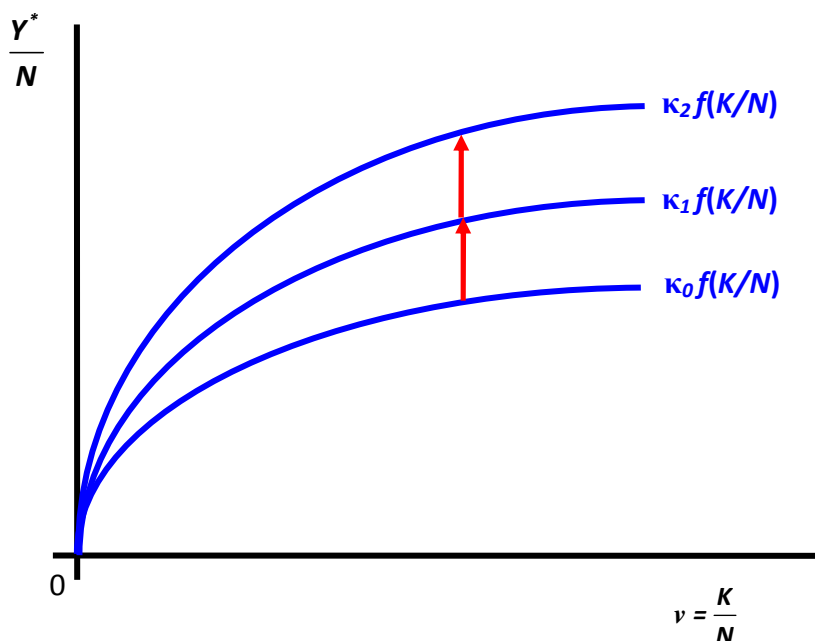
$$\frac{Y^*}{N} = \kappa f\left(\frac{K}{N}\right)$$

Uvedená rovnice (7.8) vyjadřuje produkci na obyvatele, tj. průměrnou produktivitu práce, a to **nikoliv nezbytně na efektivního pracovníka**, která se posunuje nahoru v důsledku technologického pokroku v čase tempem (mírou) růstu technologického pokroku, tj. tempem růstu souhrnné (integrální) produktivity, resp. multifaktorové produktivity.

Intenzivní produkční funkci za předpokladu růstu technologického pokroku tempem růstu  $\psi$  v čase je znázorněna na obr. 12

### Obrázek 12

#### Intenzivní produkční funkce s růstem technologického pokroku



#### Komentář

Z obrázku je patrné, že **intenzivní produkční funkce se za předpokladu neutrálního technologického pokroku posunuje nahoru z  $\kappa_0 f(K/N)$  k  $\kappa_1 f(K/N)$  a posléze až k  $\kappa_2 f(K/N)$ , a to při všech úrovních kapitálové intenzity: tempo posunu produkční funkce nahoru v čase činí  $\psi$ .**

Intenzivní produkční funkce máme v předchozí části vyjádřenou i „tempově“, tedy pro tempo růstu průměrné produktivity práce:  **$y^* - n = w \cdot (k - n) + \psi$**

Pro tempo růstu souhrnné (integrální) produktivity faktorů, resp. pro tempo růstu multifaktorové produktivity můžeme psát:  **$\psi = (y^* - n) - w(k - n)$** . Tato rovnice **tempa růstu rezidua** - nám umožní pochopit závěr prof. Solowa (a dalších ekonomů), který jsme uvedli v předchozím výkladu, že **růst technologického pokroku se v letech 1909 - 1949 podílel v USA na růstu průměrné produktivity práce 87,5 %, zatímco růst kapitálové vybavenosti se podílel na tomto růstu jen 12,5 %.**

Vysoký podíl tempa růstu souhrnné (integrální) produktivity faktorů na tempu růstu produktu na obyvatele je již nejméně třicet let ve světové ekonomické teorii mezi ekonomy předmětem diskuse. Tento vysoký podíl tempa růstu souhrnné (integrální) produktivity ( $\psi$ ) byl E. Denisonem nazván „měřítkem naší neznalosti“ (The measure of our ignorance). V následující části studijního textu bude ukázané, že teoretici nového endogenního růstu se pokoušejí řešit tento problém zejména postulováním argumentů ve prospěch většího podílu kapitálu na tempu růstu produktu na hlavu.



## SHRNUTÍ

\* **Výrobními zdroji** ekonomiky se rozumí (a) **vstupy (inputy) výrobních faktorů – práce a kapitál a (b) úroveň (stav) používané technologie.**

\* **Používaná úroveň (stav) technologie se promítá do růstu souhrnné (integrální) produktivity vstupů výrobních faktorů, resp. multifaktorové produktivity.**

\* **Agregátní produkční funkce** (obecná forma) – popisuje vzájemný vztah mezi potenciálním produktem ( $Y^*$ ) a vstupy výrobních faktorů používaných při jeho výrobě, tj. kapitálu ( $K$ ), práce ( $N$ ) a úrovně (stavu) technologie ( $\kappa$ ).

\* **Průměrná produktivita práce = produkt na jednoho pracovníka nebo produkci na jednu hodinu práce či stručně produkci na jednotku pracovního výstupu** -  $q = Y^*/N$  (za předpokladu, že skutečný produkt se rovná potenciálnímu produktu).

\* **Výnosy z rozsahu** (za předpokladu, že se úroveň technologie nemění) mohou být: (a) **konstantní = zvýšení rozsahu**, tj. množství nebo velikosti ve výrobním procesu používaného kapitálu a práce **vyústuje v ekviporcionální zvýšení produkce**; (b) **rostoucí** = produkce roste rychleji, než roste objem používaného kapitálu a práce; (c) **klesající** = produkce roste pomaleji, než roste objem používaného kapitálu a práce.

\* **Kapitálová intenzita, resp. kapitálová vybavenost pracovníků = průměrný objem kapitálu připadající pro použití jedním pracovníkem, resp. jednotkou práce** (koeficient kapitálové intenzity:

$$v = K/N$$

\* **Intenzivní produkční funkce** zakotvuje **možnost substituce mezi kapitálem a prací**, neboť každý bod této funkce představuje **poměr průměrné produktivity práce ( $q$ ) a kapitálové intenzity ( $v$ )**. Má tvar:

$$q = \kappa f(v)$$

\* **Základní rovnice růstového účetnictví**  $y^* = \psi + w \cdot k + (1 - w) \cdot n$  zachycuje **determinanty tempa růstu potenciálního produktu**: (a) **tempo, resp. míra růstu souhrnné (integrální) produktivity faktorů ( $\psi$ )**; (b) **tempo, resp. míra růstu kapitálu ( $k$ ) násobené (vážené) podílem nákladů kapitálu na produktu ( $w$ )**; (c) **tempo, resp. míra růstu pracovního vstupu ( $n$ ) násobené (vážené) podílem mzdových nákladů na produktu ( $1 - w$ )**.

\* Solowův model dlouhodobého ekonomického růstu charakterizuje **stabilní (stálý) stav**, vzájemné vztahy mezi **úsporami, akumulací kapitálu a růstem ekonomiky**. Řeší, jak **úspory utvářejí zdroje, které jsou pak použity pro tvorbu kapitálu** (akumulaci kapitálu), která následně vede k vyššímu ekonomickému růstu a k růstu životního standardu.

\* **Stabilním (stálým) stavem** ekonomiky se rozumí **situace dlouhodobého rovnovážného růstu ekonomiky, tj. platí, že tempo růstu kapitálu = tempu růstu potenciálního produktu = tempu růstu obyvatelstva**.

\* **Základní rovnice akumulace kapitálu má tvar:**  $\Delta v = s \cdot q - (n + d) \cdot v$

\* Bez ohledu na výchozí úroveň kapitálové intenzity (vybavenosti), rostoucí ekonomika konverguje ke stabilnímu (stálému) stavu jako stavu dlouhodobého rovnovážného růstu, který se za daných předpokladů rovná tempu růstu obyvatelstva.

\* Ve stabilním (stálém) stavu se úroveň produktivity práce na obyvatele (produktu na jednotku pracovního vstupu) nemění.

\* Jakmile ekonomika dosáhne stabilního (stálého) rovnovážného růstu, mají ekonomiky stejné tempo růstu potenciálního produktu bez ohledu na výši jejich sklonu k úsporám a akumulaci kapitálu (dopad vlivu zákona klesajících výnosů z kapitálu na pokles průměrné produktivity práce).

\* **Optimální růst potenciálního produktu** je takové tempo růstu, které **vyrovnává oběti** podstoupené obyvatelstvem tím, že na jedné straně **v přítomném období více spoří** a vznikají tak **náklady akumulace kapitálu**, a **přínosy (užitky)** v podobě zvýšení spotřebního standardu v budoucnosti na straně druhé.

\* **Stabilní (stálý) stav s nejvyšší spotřebou na obyvatele se nazývá zlatým pravidlem úrovně akumulace kapitálu, resp. zlatým pravidlem akumulace kapitálu. Jeho algebraické vyjádření je:**

$$MPK = n + d.$$

\* **Rozhodujícím faktorem růstu** průměrné produktivity práce a tedy i rozhodujícím faktorem růstu životního standardu **je technologický pokrok (uskutečňované technologické změny).**

\* Akumulace kapitálu má v procesu růstu průměrné produktivity práce **úlohu méně významnou.**

\* **Ve stabilním (stálém) stavu zůstává poměr kapitálu na rozšířenou práci, tj. kapitálová intenzita (vybavenost) rozšířené práce konstantní;**

\* **Dochází-li k technologickému pokroku rozšiřujícímu práci, potom poměr kapitálu ke skutečné práci, tj. koeficient skutečné kapitálové intenzity roste i tehdy, je-li ekonomika ve stabilním (stálém) stavu růstu.**

\* **Ve stabilním (stálém) stavu roste produkce na obyvatele, resp. průměrná produktivita práce tempem, které se rovná tempu (míře) růstu technologického pokroku. Technologický pokrok je příčinou toho, že produkce na obyvatele stále roste. Solowův model tak ukazuje, že jen technologický pokrok je zdrojem neustále rostoucího životního standardu.**

### **Literatura základní**

MACH, M. *Makroekonomie II pro inženýrské (magisterské) studium*, 1. a 2. část. Slaný: Melandrium 2001. ISBN 80-86175-18-9.

DORNBUSCH, R. - FISCHER, S. *Makroekonomie*. Praha: SPN a Nadace Economics, 1994.

SOUKUP, J., POŠTA, V., NESET, P., PAVELKA, T., DOBRYLOVSKÝ, J. *Makroekonomie. Moderní přístup*. Praha: Management Press 2007.

ŠTANCL A kol. *Základy teorie vojenskoekonomické analýzy*. 1. vyd. Brno: Monika Promotion, 2012. ISBN: 978-80-905384-0-5.

### **Literatura doporučená**

MAITAH, M. *Makroekonomie v praxi*. 1. vyd. Praha: Wolters Kluwer ČR, 2010. ISBN 978-80-7375-560-1

WAWROSZ, P., HEISLER, H., MACH, P. *Realie v makroekonomii – odborné texty, mediální reflexe, praktické analýzy*. Praha: Wolters Kluwer ČR, a.s., 2012. ISBN 978-80-7275-848-0

OLEJNÍČEK, A. a kol. *Ekonomické řízení v podmínkách AČR*. 1. vyd. Uherské Hradiště: LV. Print, 2012. ISBN 978-80-260-3277-9.

ROMER, D. *Advanced Macroeconomics*. 3rd edition. New York: McGraw-Hill/Irwin, 2006. 678 p. ISBN 978-0-07-287730-4.